RICHARD GAGNON

ÉTUDE DE LA FERRORÉSONANCE DANS LES RÉSEAUX COMPENSÉS SÉRIE ET SHUNT

Thèse
présentée
à la faculté des études supérieures
de l'Université Laval
pour l'obtention
du grade de Philosophiae Doctor (Ph. D.)

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE
UNIVERSITÉ LAVAL
QUÉBEC

MAI 1997

0-612-25237-X

Résumé court

Cette thèse présente les différentes étapes de l'étude des phénomènes de ferrorésonan qui ont été observés sur des configurations dégradées du réseau Hydro-Québec compensé sé et shunt. Les instabilités observées au niveau des compensateurs statiques dans le réseau transport sont présentées et analysées en détail. La ferrorésonance des transformateurs d compensateurs statiques est alors identifiée comme étant la principale cause de ce problèm Les concepts mathématiques de base de la théorie des systèmes dynamiques, qui sc nécessaires à l'étude de la ferrorésonance, sont présentés et analysés. Les méthod numériques associées à cette théorie et permettant de calculer les solutions ferrorésonantes sc développées dans la thèse. On présente également la modélisation, par des circuits électriqu des configurations dégradées du réseau et des transformateurs des compensateurs statiqu Les résultats théoriques et expérimentaux de cette recherche sur la ferrorésonance sc présentés à la fin de la thèse.

Richard Gagnon

Philippe Viarouge, directeur de thèse

Résumé long

Cette thèse de doctorat concerne l'étude d'un phénomène de ferrorésonance dans réseau de transport d'énergie électrique d'Hydro-Québec. Les longues lignes de transport à 73 kV de ce réseau nécessitent une forme adéquate de compensation. La compensation shu passive et la compensation par sectionnement avec des compensateurs statiques et de compensateurs synchrones sont en service depuis plusieurs années sur ce réseau. L compensation série a été ajoutée au réseau de transport, afin d'augmenter davantage la stabili de ce dernier. Ces trois types de compensation sont décrits dans la thèse. Des études ont é réalisées, au simulateur analogique d'Hydro-Québec, afin de vérifier la faisabilité d l'exploitation simultanée de la compensation passive shunt, de la compensation pa sectionnement avec des compensateurs statiques et de la compensation série. Ces études o mis en évidence des problèmes d'instabilité des compensateurs statiques, qui apparaissent s certaines configurations dégradées du réseau. La description et l'analyse de ces problèmes so présentées en détail dans la thèse. On identifie le phénomène de ferrorésonance d transformateur d'entrée des compensateurs statiques comme étant la principale cause de problèmes d'instabilité. La ferrorésonance s'entretient en régime permanent, à cause d l'interaction entre les trois types de compensation décrits ci-dessus. La définition de ferrorésonance et ses principales caractéristiques sont présentées dans la thèse. La théorie de systèmes dynamiques a été retenue comme étant l'environnement conceptuel le plus adéqu pour l'étude de la ferrorésonance. Les notions de base de cette théorie ainsi que les méthode numériques qui lui sont associées sont présentées. En particulier, la technique de l'applicatio de Poincaré est utilisée pour l'analyse qualitative des différents types de solutio ferrorésonantes : solutions périodiques, solutions quasi-périodiques et solutions chaotiques. L recherche des points fixes de l'application de Poincaré et la méthode de continuation de pseudo-longueur d'arc sont respectivement utilisées pour rechercher les solutions périodiqu et pour suivre leur évolution en fonction de la variation d'un paramètre de bifurcation. Ces deu méthodes sont décrites en détail et ont été implantées dans l'environnement du code de calc

MATLAB. Une méthode originale d'analyse qualitative de l'impédance des circuits n linéaires a été développée dans le dernier chapitre. Cette analyse, basée sur une interprétati physique de la ferrorésonance, permet de cerner les cas potentiels de son apparition dans circuits. Les méthodes mathématiques issues de la théorie des systèmes dynamiques l'analyse qualitative mentionnée ci-dessus ont été appliquées sur des configurations dégradé typiques du réseau Hydro-Québec afin de mieux comprendre les problèmes qui avaient observés initialement et de prévoir de nouveaux cas de ferrorésonance. Des essais simulateur analogique de réseau d'Hydro-Québec ont été réalisés afin de valider les méthod mathématiques et les résultats des recherches théoriques. Des solutions sont proposées, à la de la thèse, afin d'éliminer les problèmes de ferrorésonance dans le réseau Hydro-Québ compensé série et shunt.

Richard Gagnon

Philippe Viarouge, directeur de thèse

Avant-propos

Cette thèse de doctorat a été effectuée au Laboratoire d'Électrotechniqu d'Électronique de Puissance et de Commande Industrielle (L.E.E.P.C.I.) de L'Université La en collaboration avec l'équipe du service de simulation de réseaux de l'Institut de Recherc d'Hydro-Québec (IREQ).

Mes remerciements s'adressent en premier lieu à mon directeur de thèse, le professe Philippe Viarouge, pour avoir accepté de diriger mes travaux de doctorat, pour ses précie conseils et pour l'aide financière qu'il m'a accordée durant la dernière année de ma thè Monsieur Viarouge a été mon directeur de recherche à la maîtrise et au doctorat, je lui dois r formation en électrotechnique. Je lui en suis très reconnaissant.

Je remercie également mon co-directeur de thèse, Monsieur Gilbert Sybille, cherche à l'IREQ, pour les conseils techniques qu'il m'a fournis durant mon doctorat. Je le remerc également de m'avoir fait bénéficier du logiciel de simulation de circuits qu'il a mis au poi dans l'environnement du code de calcul MATLAB. Cet outil s'est avéré fort utile dans m travaux de recherche.

Que Monsieur Jean-Jacques Gervais, professeur au département de mathématiques de statistique de l'Université Laval, trouve ici un témoignage de ma reconnaissance pour temps qu'il a consacré à m'enseigner les notions de base de la théorie des systèmes dynamiqu et des méthodes numériques qui lui sont associées. Dans son enseignement, il a su cibl immédiatement les parties de la matière qui sont les plus appropriées à nos besoins, sa toutefois négliger les concepts fondamentaux des systèmes dynamiques. Son enseigneme nous a permis de progresser sur le plan théorique comme sur le plan pratique. Au nive conceptuel, les notions acquises dans ce cours débordent le contenu de la thèse; elles ouvre

la voie à de nouveaux axes de recherche en électrotechnique. En particulier, dans l'exploitai des non-linéarités, inhérentes aux dispositifs physiques, en vue d'applications spécifiques.

Je suis reconnaissant envers le service de simulation de réseaux de l'IREQ pour a mis à notre disposition le simulateur analogique pour une campagne d'essais durant l'été 1 La thèse ne peut que bénéficier des résultats fournis par un simulateur qui jouit d'une réputa internationale.

Je remercie Hydro-Québec pour m'avoir accordé une bourse qui m'a permis de réal ce doctorat.

Table des matières

CHAPITRE II

Systèmes dynamiques : notions de base

CHAPITRE III

Méthodes numériques pour calculer les régimes ferrorésonants

CHAPITRE IV

Modélisation des configurations dégradées du réseau Hydro-Québec compensé série et shunt par des circuits électriques équivalents

CHAPITRE V

Résultats de l'étude de la ferrorésonance sur les configurations dégradées du réseau Hydro-Québec compensé série et shunt

Liste des figures

CHAPITRE I

Description du problème de ferrorésonance lors de l'utilisation des compensateurs statiques sur le réseau Hydro-Québec compensé série et shunt

CHAPITRE II

Systèmes dynamiques : notions de base

CHAPITRE III

Méthodes numériques pour calculer les régimes ferrorésonants

CHAPITRE IV

Modélisation des configurations dégradées du réseau Hydro-Québec compensé série et shunt par des circuits électriques équivalents

CHAPITRE V

Résultats de l'étude de la ferrorésonance sur les configurations dégradées du réseau Hydro-Québec compensé série et shunt

ANNEXE A

Lignes de transport d'électricité en régime permanent: contrôle de la puissance réactive

Liste des tableaux

CHAPITRE V

Résultats de l'étude de la ferrorésonance sur les configurations dégradées du réseau Hydro-Québec compensé série et shunt

Introduction

Les développements effectués récemment dans les grands réseaux de transp d'énergie électrique se situent principalement au niveau de l'ajout d'équipements compensation sur les lignes afin d'augmenter la stabilité de fonctionnement [1-15]. Parmi techniques de compensation les plus répandues, on trouve la compensation shunt passive, compensation par sectionnement et la compensation série [1,5,7,8,9]. D'autres techniques compensation sont également à l'étude et en développement. La compensation shunt passi et la compensation par sectionnement sont en service depuis plusieurs années sur le réseau transport à 735kV d'Hydro-Québec [7]. Dans le but d'augmenter davantage la stabilité de s réseau de transport, Hydro-Québec a décidé d'ajouter la compensation série à neuf postes d existants et de construire deux nouveaux postes au centre des lignes les plus longues [8,12].

L'ajout de la compensation série, sur le réseau Hydro-Québec, fait apparaître des pôl sous-synchrones à basses fréquences (5 Hz à 15 Hz) sur l'impédance du réseau. Ces pôl correspondent essentiellement à la résonance entre les condensateurs de la compensation sé et les inductances de la compensation shunt passive. Ces résonances sous-synchron interagissent avec le système de commande des compensateurs statiques utilisés pour compensation par sectionnement. En plus des résonances naturelles du réseau (80 Hz à 1 Hz), qui sont dues à la grande longueur des lignes de transport, les régulateurs de tension d compensateurs statiques doivent maintenant tenir compte de ce nouveau phénomène [13,14

Des études numériques utilisant les techniques d'analyse modale ont déjà montré faisabilité de l'exploitation simultanée de la compensation shunt, de la compensation p sectionnement avec des compensateurs statiques et de la compensation série [12,1 Cependant, ces études numériques reposent sur un modèle linéaire du réseau et d compensateurs statiques. Dans cette hypothèse, la saturation des transformateurs d'entrée d compensateurs statiques est négligée. Dans le but de vérifier et de valider les conclusions ces études, des simulations analogiques, réalisées au simulateur de réseau de l'IREQ, ont effectuées.

Ces essais au simulateur consistent à produire des perturbations aux bornes d'entr des compensateurs statiques afin de vérifier s'ils sont en mesure d'amortir rapidement oscillations de tension à la suite de ces perturbations. Les compensateurs statiques réagiss convenablement pour la majorité des essais. Cependant, lors de l'élimination d'un défaut, cas d'instabilité sont observés sur certaines configurations dégradées du réseau [11,12]. U instabilité se manifeste par des oscillations de l'amplitude de la tension, en régime permane aux bornes du compensateur statique où le défaut est appliqué. Durant ces instabilités, transformateur du compensateur statique fonctionne en saturation magnétique. Ce problèn qui était alors mal compris, est particulièrement difficile à analyser en raison de l'interacti complexe qui existe entre le réseau et le compensateur statique dont le transformate fonctionne en saturation magnétique.

Le sujet de cette thèse concerne, en particulier, l'étude des cas d'instabilité d compensateurs statiques sur les configurations dégradées réalistes du réseau Hydro-Québ compensé série et shunt. Il est démontré, au premier chapitre, que ces problèmes d'instabil sont associés au phénomène de la ferrorésonance des transformateurs des compensateu statiques. De façon plus générale, la thèse concerne l'étude de la ferrorésonance dans l réseaux de transport d'énergie électrique. Les objectifs sont :

1- identifier les causes du problème d'instabilité des compensateurs statiques

2- comprendre le problème d'instabilité

3- trouver des solutions afin d'éliminer les problèmes d'instabilité

4- trouver le formalisme mathématique le plus approprié pour étudier la ferrorésonan

5- développer les méthodes numériques nécessaires pour le calcul des régim ferrorésonants

6- mettre au point une approche systématique de l'étude de la ferrorésonance dans l réseaux électriques.

Les problèmes d'instabilité sont observés sur le réseau compensé série et shunt. Af de bien comprendre ces problèmes et de mieux situer leur origine, il est important de décri clairement ce qu'est un réseau compensé par rapport à un réseau non compensé et d'expliqu l'intérêt de la compensation. Mais comme le sujet de cette thèse ne concerne pas directeme les techniques de compensation (justification, dimensionnement, optimisation, etc.), c techniques et les généralités sur les réseaux d'énergie électrique sont présentées en annexe On retrouve dans cette annexe la définition d'un réseau, l'équation fondamentale des lignes transport et sa solution en régime permanent. Les caractéristiques des lignes non compensé sont obtenues à partir de cette solution. On démontre qu'il est nécessaire d'exercer une form adéquate de compensation des longues lignes afin de respecter les contraintes requises pour transport de l'énergie électrique. Ces dernières sont également présentées dans l'annexe. L lignes de transport du réseau Hydro-Québec peuvent atteindre des longueurs de plus de 100 km. On retrouve, sur ces lignes, la compensation passive shunt, la compensation p sectionnement avec des compensateurs statiques et des compensateurs synchrones, q effectuent localement un asservissement de tension, et la compensation série. Ces tro techniques de compensation sont présentées et analysées dans l'annexe A.

La description du problème de ferrorésonance observé lors de l'utilisation de compensateurs statiques sur les configurations dégradées du réseau Hydro-Québec compens série et shunt est présentée dans le premier chapitre. Par un souci de clarté, on aborde c chapitre en présentant de façon générale les différentes configurations du réseau Hydro Québec : le réseau dit "hiver", le réseau dit "été" et les configurations dégradées du résea Pour chacune des configurations du réseau, l'impédance typique du circuit équivalent d Thévenin, vue des noeuds où sont installés les compensateurs statiques, est illustrée expliquée. L'ajout de la compensation série fait apparaître des résonances sous-synchrones s ces impédances. Dans le cas des configurations dégradées, l'amplitude des résonances attei des valeurs très importantes. On démontre que l'excitation des modes sous-synchrones, à suite de l'application d'une perturbation aux bornes d'un compensateur statique, fait apparaît des composantes de tension à basses fréquences, à l'entrée de celui-ci. Ces composantes so parfois suffisamment importantes pour saturer le circuit magnétique du transformate d'entrée. La structure et le fonctionnement d'un compensateur statique typique du résea Hydro-Québec sont décrits dans ce chapitre. Une attention particulière est mise sur description de son transformateur d'entrée et de sa caractéristique magnétique. Les essais, simulateur de l'IREQ, qui ont mis en évidence les problèmes d'instabilité des compensateu statiques sur les configurations dégradées du réseau, sont décrits en détail [10,11,12,13]. L solutions qui ont été proposées pour éviter ces problèmes sont également décrites. Un aut essai, réalisé au simulateur pour valider nos recherches théoriques, est présenté dans ce chapitre. Ce dernier permet de conclure que le problème d'instabilité des compensateurs statiques est associé au phénomène de la ferrorésonance, dû à la saturation magnétique de leurs transformateurs d'entrée. La définition et les principales caractéristiques de la ferrorésonance sont présentées à la fin du premier chapitre.

La théorie des systèmes dynamiques a été retenue comme étant l'environnement conceptuel le plus adéquat pour l'étude de la ferrorésonance. Les notions et définitions de base de cette théorie sont décrites au deuxième chapitre. Tous les types de ferrorésonance sont décrits et illustrés dans ce chapitre : ferrorésonance périodique, ferrorésonance quasi-périodique et ferrorésonance chaotique. La technique de l'application de Poincaré est définie et appliquée aux solutions ferrorésonantes. Elle permet une interprétation qualitative de ces dernières qui est très utile pour identifier le type de solution ferrorésonante. Les notions de stabilité des solutions et de leurs bifurcations sont abordées brièvement.

Le troisième chapitre concerne la description et la présentation des méthodes numériques associées à la théorie des systèmes dynamiques et nécessaires pour calculer les solutions ferrorésonantes. On retrouve la technique de la recherche d'un point fixe de l'application de Poincaré et la méthode de Galerkine pour rechercher des solutions ferrorésonantes périodiques spécifiques. Ces méthodes sont décrites en détail. Les avantages et les inconvénients associés à chacune d'elles sont mis en évidence. La méthode de continuation par pseudo-longueur d'arc est élaborée dans ce chapitre. Elle permet de suivre l'évolution des solutions périodiques en fonction de la variation d'un paramètre de bifurcation. À titre d'exemple, ces différentes méthodes numériques sont mises en oeuvre pour trouver les solutions ferrorésonantes d'un circuit équivalent de réseau qui alimente le transformateur d'un compensateur statique et pour suivre l'évolution de ces solutions.

La modélisation, par des circuits électriques, des configurations dégradées du réseau Hydro-Québec et des transformateurs des compensateurs statiques font l'objet du quatrième chapitre. Une méthode systématique pour l'identification des paramètres des circuits est élaborée dans ce chapitre. En particulier, la modélisation de la saturation magnétique des transformateurs est traitée en détail. L'application des lois de Kirchhoff sur les circuits qui modélisent le réseau et les transformateurs des compensateurs statiques conduit à un système d'équations dynamiques sur lequel les méthodes mathématiques développées aux chapitres deux et trois peuvent être utilisées.

Une méthode originale d'analyse qualitative des circuits non linéaires, nécessaire po cerner les cas potentiels de ferrorésonance, est décrite au dernier chapitre. Cette interprétatio physique de l'impédance des circuits permet d'atteindre une compréhension globale d phénomène de la ferrorésonance. Cette méthode est appliquée à l'analyse du réseau Hydr Québec afin de comprendre les problèmes d'instabilité qui sont à l'origine de cette thèse et d trouver de nouvelles configurations dégradées du réseau qui peuvent donner lieu à de problèmes de ferrorésonance. Les résultats théoriques de l'étude de la ferrorésonance sur le configurations dégradées du réseau sont validés par des essais expérimentaux au simulateur d réseau de l'IREQ. Trois circuits, dont chacun modélise une configuration dégradée réaliste d réseau, sont utilisés pour alimenter un compensateur statique. Les essais consistent à applique des perturbations à l'entrée du compensateur. Les résultats de ces essais sont présentés dans c chapitre. Finalement, des solutions sont proposées pour résoudre les problèmes d ferrorésonance dans le réseau Hydro-Québec compensé série et shunt.

Chapitre I

Description du problème de ferrorésonance lors de l'utilisation des compensateurs statiques sur le réseau Hydro-Québec compensé série et shunt

Ce chapitre poursuit deux objectifs : le premier est de présenter et d'expliquer le problèmes d'instabilité des compensateurs statiques sur le réseau Hydro-Québec compens série et le deuxième est de montrer que la ferrorésonance est la cause de ce problèm d'instabilité. Les instabilités ont été observées sur quelques topologies dégradées du réseau.

Un préambule sur l'étude de la stabilité des compensateurs statiques est présenté a paragraphe §1.1. Les différentes configurations du réseau sur lesquelles les études ont ét effectuées sont décrites à la section §1.2. Un compensateur statique typique utilisé sur le résea Hydro-Québec est décrit au paragraphe §1.3. La section §1.4 présente une rétrospective de études sur la stabilité des compensateurs statiques sur le réseau Hydro-Québec compensé séri Les sections §1.5 et §1.6 présentent respectivement un cas d'instabilité d'un compensateu statique et l'identification de la ferrorésonance comme étant la cause du problème d'instabilit

1.1 Préambule sur l'étude de la stabilité des compensateurs statiques sur le réseau Hydro Québec compensé série

Dans le but d'augmenter la stabilité de son réseau de transport à 735kV, Hydro-Québ a décidé d'ajouter la compensation série à neuf postes déjà existant et de construire de nouveaux postes au centre des lignes les plus longues [12]. La mise en service de compensation série est prévue pour 1996. En plus de la compensation série, la compensati shunt passive et la compensation par sectionnement sont en service, depuis plusieurs anné sur ce réseau. La compensation par sectionnement est réalisée avec des compensateu statiques et des compensateurs synchrones.

Remarque : les compensateurs statiques sont les seuls à être considérés dans le re de la thèse.

L'utilisation simultanée de la compensation série et de la compensation shunt f apparaître des résonances sous-synchrones, dans la gamme 5 Hz à 15 Hz, sur l'impédance réseau. Lorsque ces modes naturels d'oscillation sont excités, à la suite d'une perturbation, d composantes de tension à la fréquence des modes sous-synchrones apparaissent à l'entrée d compensateurs statiques. Puisque les compensateurs statiques sont utilisés comme régulate de tension (compensation par sectionnement), ils doivent réagir de façon à s'opposer à c oscillations de tension à basse fréquence. Des études numériques [13] et des études analogiqu effectuées au simulateur de l'IREQ [10,11,12] ont été réalisées afin de vérifier l'impact l'ajout de la compensation série sur la stabilité des compensateurs statiques qui sont déjà service sur le réseau.

Dans le prochain paragraphe, on présente des configurations typiques du réseau Hydr Québec sur lesquelles les études ont été réalisées. La structure et le fonctionnement d'u compensateur statique utilisé sur ce réseau sont présentés au paragraphe §1.3. Les typ d'essais effectués sont décrits au paragraphe §1.4.

1.2 Configurations du réseau Hydro-Québec compensé série et shunt

La configuration géographique du réseau de transport d'Hydro-Québec compensé sér et shunt est illustrée à la figure 1.1. La figure 1.2 présente le schéma unifilaire de ce réseau. C remarque sur cette figure les trois types de compensation : compensation shunt passi (inductive), compensation série (ajout de condensateur en série avec les lignes) compensation par sectionnement avec des compensateurs statiques et des compensateu synchrones.

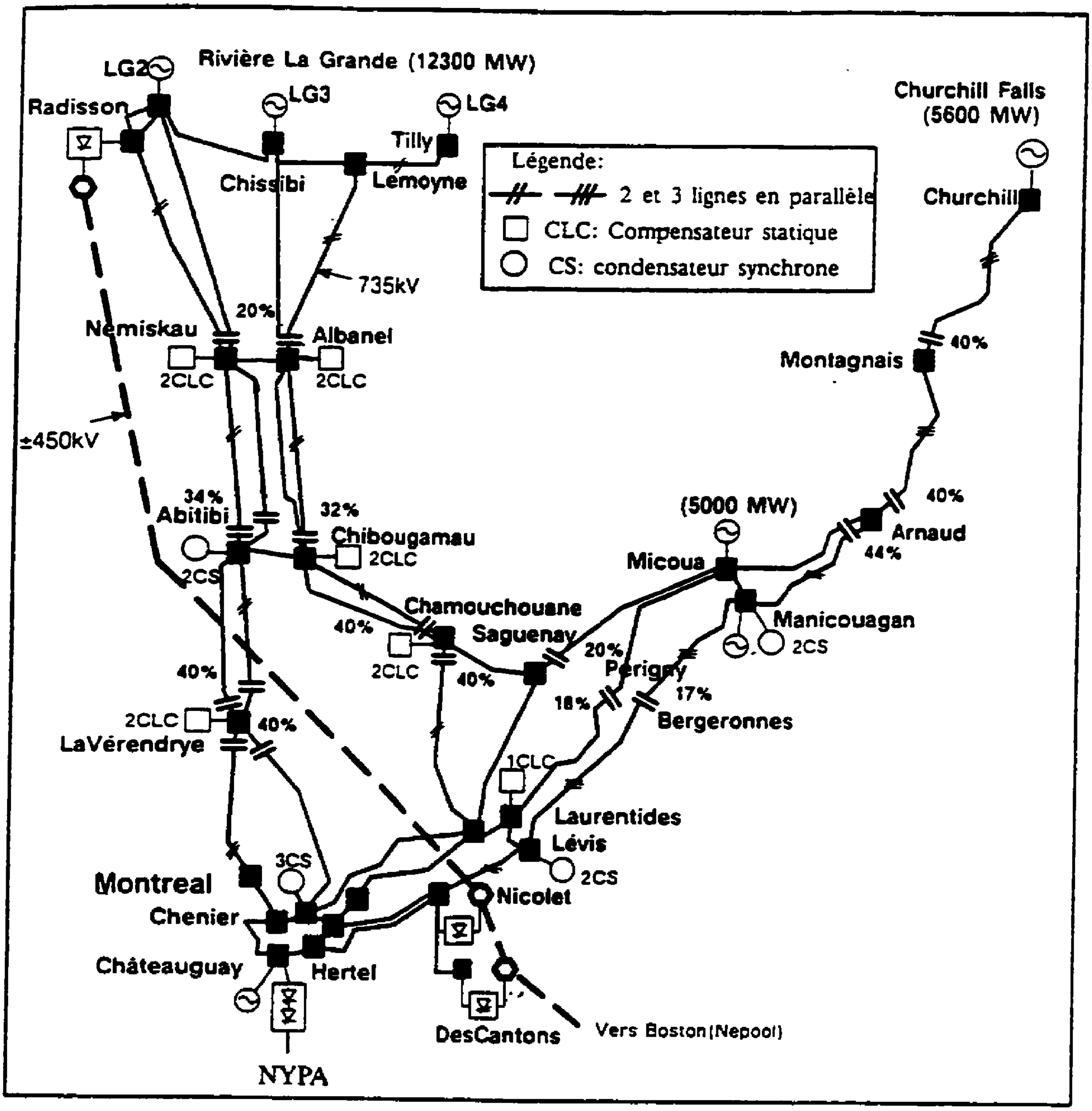


Figure 1.1 : Configuration géographique du réseau Hydro-Québec compensé série et shunt planifié en 1991 (extrait de [12]). Des modifications sur l'emplacement de la compensation série ont été apportées depuis cette date.

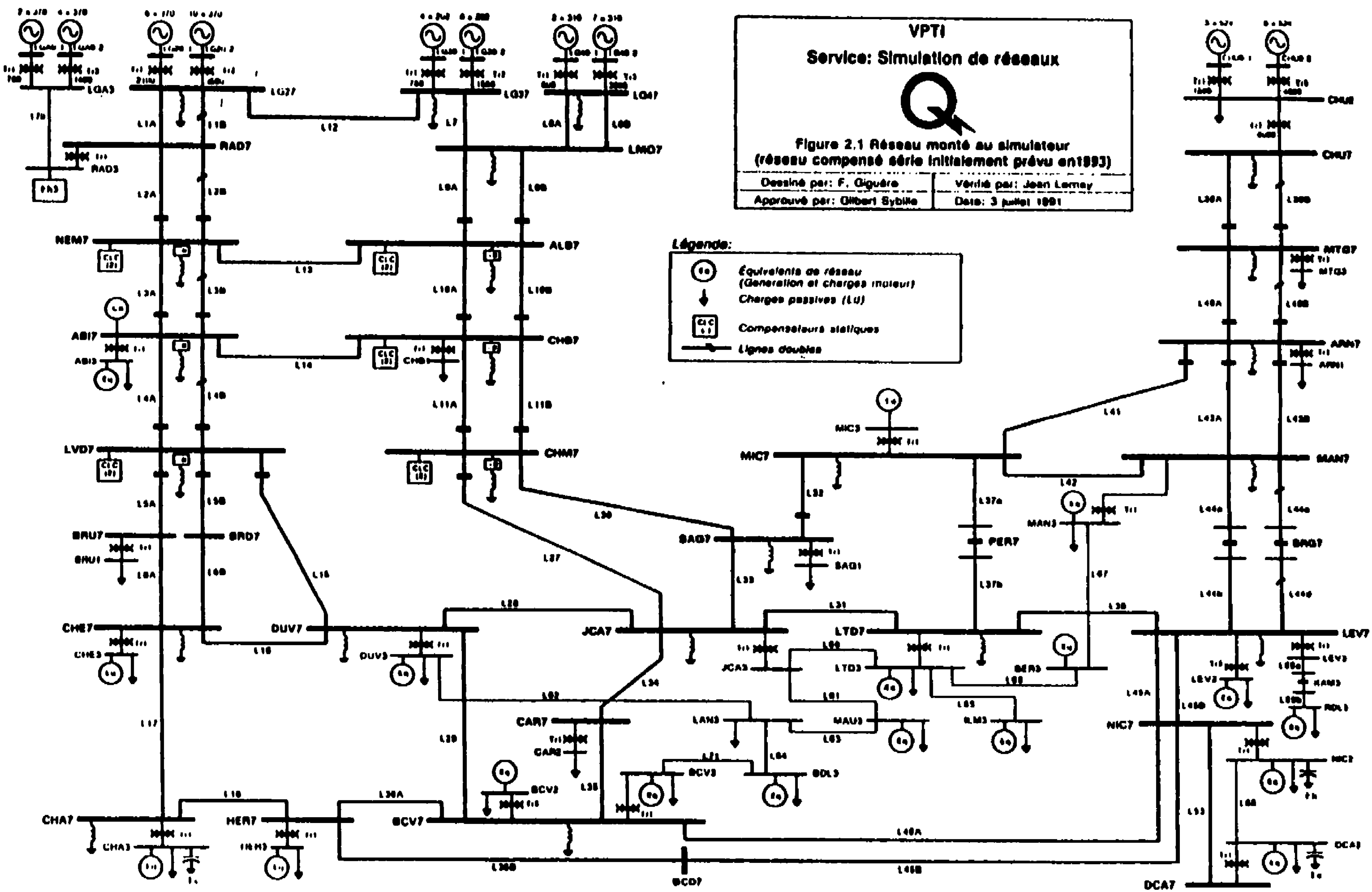
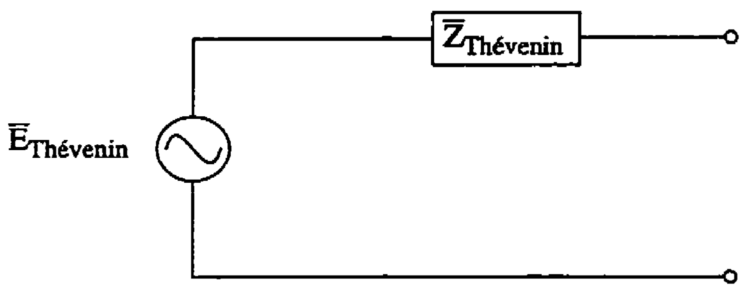


Figure 1.2 : Schéma unifilaire du réseau Hydro-Québec planifié en 1991 (extrait de [12]). Des

Du point de vue de l'impédance du réseau, les planificateurs du réseau Hydro-Québ distinguent le réseau dit "hiver", le réseau dit "été" et les configurations dégradées du résea En hiver, la charge sur le réseau est très grande. En effet, les activités économiques industrielles sont généralement plus importantes en hiver qu'en été ce qui explique, en parti l'importance de la charge. Par ailleurs, la durée du jour est plus courte en hiver qu'en été, qui implique une plus grande consommation d'énergie pour l'éclairage. Finalement, l conditions climatiques rigoureuses en hiver au Québec nécessitent une quantité importante puissance pour le chauffage. La presque totalité de la puissance que peut débiter le réseau e donc requise en hiver. Par conséquent, tous les alternateurs et toutes les lignes sont en servi durant cette saison. L'impédance du circuit équivalent de Thévenin du réseau "hiver", vue d'u point quelconque sur le réseau, est donc relativement faible. On dit que le réseau "hiver" e fort : sa puissance de court-circuit à 60 Hz est grande. La puissance de court-circuit est puissance apparente débitée par la source de tension du circuit équivalent de Théven lorsqu'un court-circuit est appliqué aux bornes du circuit équivalent de Thévenin du rése (figure 1.3). La puissance de court-circuit est donc un bon indice de l'impédance du réseau 60 Hz. Plus la puissance de court-circuit est élevée plus le réseau est fort.



$\overline{E}_{\text{Thévenin}} = (735/\sqrt{3})\ kV$

Puissance de court-circuit : $|\overline{S}_{cc}|$

$$|\overline{S}_{cc}| = 3\frac{|\overline{E}_{\text{Thévenin}}|^2}{|\overline{Z}^*_{\text{Thévenin}}|}$$

Figure 1.3 : Circuit équivalent de Thévenin en séquence directe et puissance de court-circu

Par contre, lors de la saison estivale, la charge sur le réseau est faible. Certai alternateurs et certaines lignes de transport sont laissés hors service en été, ce qui perm d'effectuer la maintenance. Il s'en suit que l'impédance du circuit équivalent de Thévenin réseau "été" est plus grande que celle du réseau "hiver" vue du même point. Le réseau "été" e donc plus faible que le réseau "hiver".

À partir du réseau "été", si certaines lignes sont mises hors service, sans changer charge, on obtient des configurations dégradées du réseau. Les configurations dégradées so les pires topologies possibles du réseau Hydro-Québec. En effet, elles représentent les cas le réseau est le plus faible. Les configurations dégradées peuvent survenir en été lorsqu'une plusieurs lignes sont soudainement perdues en raison d'un bris ou d'un défaut sur le rése Bien que peu probables, ces configurations sont réalistes et doivent être prises en considérati lors de l'étude de la stabilité des compensateurs statiques.

Les figures 1.4, 1.5 et 1.6 illustrent des impédances typiques en fonction de fréquence, dans la gamme 0 Hz à 150 Hz, pour les réseaux "hiver", "été" et une configurati dégradée vues de la barre Albanel (ALB7) où est installé un compensateur statique.

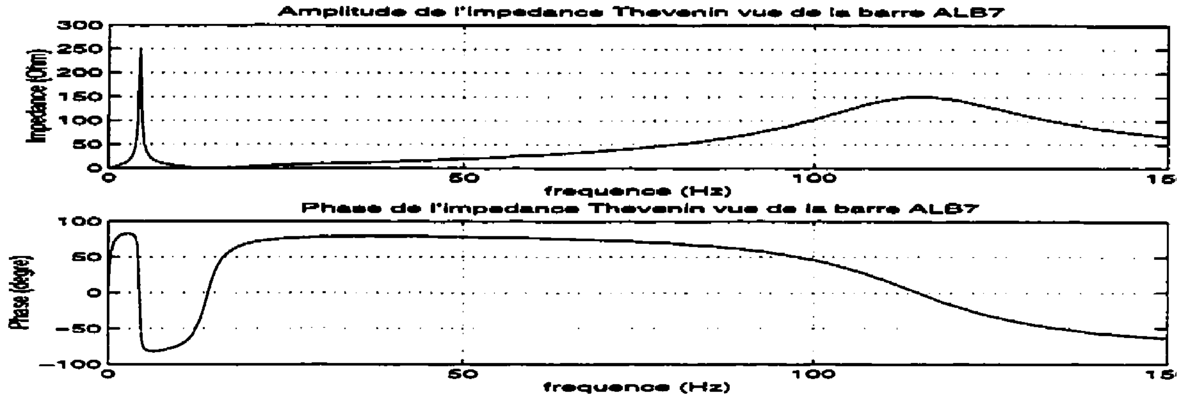


Figure 1.4 : Impédance du réseau "hiver" (puissance de court-circuit de 20000 MVA)

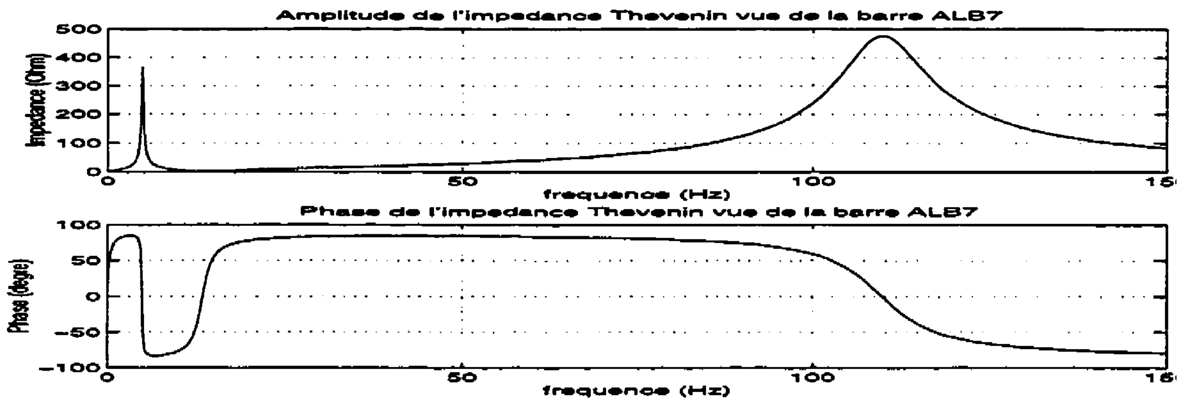


Figure 1.5 : Impédance du réseau "été" (puissance de court-circuit de 13500 MVA)

configuration dégradée est obtenue à partir du réseau "été", dans lequel il y a une perte de de lignes : Albanel-Némiskau et Albanel-Chibougamau. Des courbes plus détaillées d impédances vues de différentes barres du réseau Hydro-Québec sont fournies dans [10].

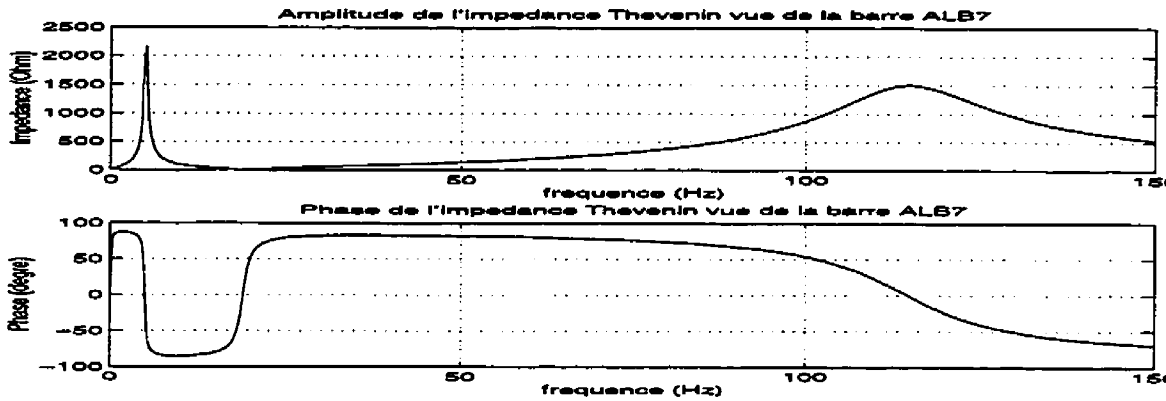


Figure 1.6 : Impédance du réseau dégradé (puissance de court-circuit de 2700 MVA)

Sur ces dernières figures, on observe une résonance hyper-synchrone à 115 Hz et u résonance sous-synchrone à 5 Hz. La résonance hyper-synchrone est due à l'interaction ent l'impédance inductive série de la ligne et son impédance shunt capacitive. La résonance sou synchrone est associée à l'interaction entre la compensation série et la compensation shu passive inductive. Avant l'ajout de la compensation série, la résonance sous-synchrone éta inexistante.

L'ajout de la compensation série a donc une importance majeure sur l'impédance du réseau, en particulier dans le cas des configurations dégradées où l'amplitude de la résonan sous-synchrone est très grande. Une perturbation sur une configuration dégradée du rése engendre des oscillations de tension avec une amplitude relativement grande, à la fréquence du mode sous-synchrone et à la fréquence du mode hyper-synchrone. Puisque les configuratio dégradées sont obtenues à partir du réseau "été", où la charge est faible, les oscillations de tension sont faiblement amorties.

Dans le passé, l'utilisation des compensateurs statiques s'est montrée efficace po atténuer rapidement les oscillations de tension résultant d'une modulation d'amplitude de tension fondamentale. Mais ces compensateurs n'ont pas été prévus pour opérer en présen d'oscillations sous-synchrones de la tension qui sont ajoutées dû à l'excitations des mod sous-synchrones. En particulier, le circuit magnétique du transformateur d'entrée du compensateur n'a pas été dimensionné pour des fréquences aussi faibles. Pour cette raison est nécessaire d'effectuer des tests pour vérifier la stabilité des compensateurs statiques sur réseau compensé série. Avant d'aborder ces études de stabilité, il est de mise de présenter compensateur statique typique utilisé sur le réseau Hydro-Québec.

1.3 Structure et principe de fonctionnement d'un compensateur statique

Un compensateur statique est un dispositif électrique qui peut être considéré com une susceptance shunt variable. Les compensateurs statiques sont utilisés sur le réseau transport pour la compensation par sectionnement. Ils accomplissent cette tâche en asserviss l'amplitude de la tension à la barre de réseau où ils sont installés. Les compensateurs statiq effectuent cette régulation de tension en absorbant ou en générant de la puissance réactiv cette barre.

Le type de compensateur statique dont il est question dans cette thèse est composé d' banc de condensateurs manoeuvrés par thyristors (CMT) et d'une inductance varial commandée par thyristors (ICT) [1,5,6]. L'inductance variable et les condensate commutables sont situés au secondaire d'un transformateur de puissance. Le primaire transformateur est connecté sur le réseau à 735 kV (figure 1.7). Sur la même figure, o représenté le schéma bloc de l'asservissement de tension qui comprend un capteur (système mesure de la tension) et un régulateur associé au système de commande des interrupte électroniques. Le système de mesure fournit l'amplitude de la composante fondamentale de tension primaire en séquence directe qui doit être régularisée. Le régulateur, de ty proportionnel intégral (PI), compare la tension fournie par le système de mesure avec la tensi de consigne et calcule la susceptance, laquelle est vue du primaire du compensateur, nécessa pour corriger l'erreur sur la tension.

On distingue trois modes de fonctionnement pour les compensateurs statiques : le mo automatique, le mode manuel et le mode hors service. Le mode automatique correspond fonctionnement normal qui est décrit ci-dessus. Dans ce mode, le régulateur de tension op en boucle fermée. Dans le mode manuel, la sortie du régulateur est imposée indépendamm de la tension mesurée au primaire du transformateur. Le mode hors service est obtenu lorsq les thyristors de l'ICT et des CMT ne sont jamais amorcés. Dans ce cas, le secondaire transformateur est en circuit ouvert, le réseau alimente le transformateur du compensate statique à vide.

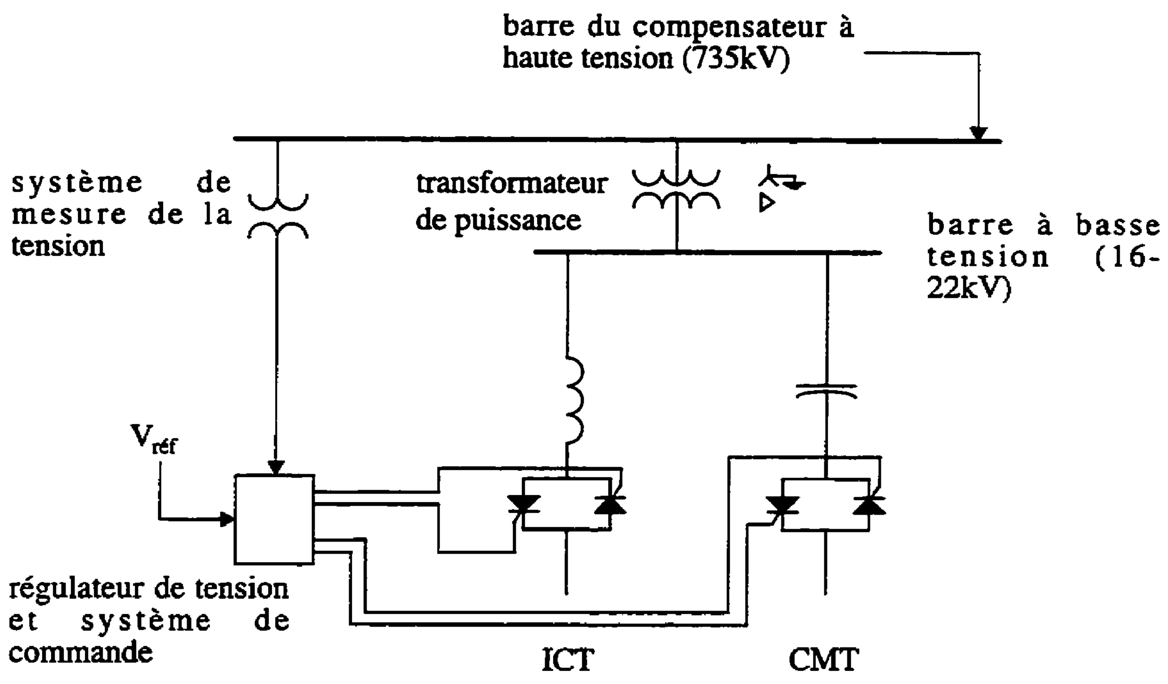
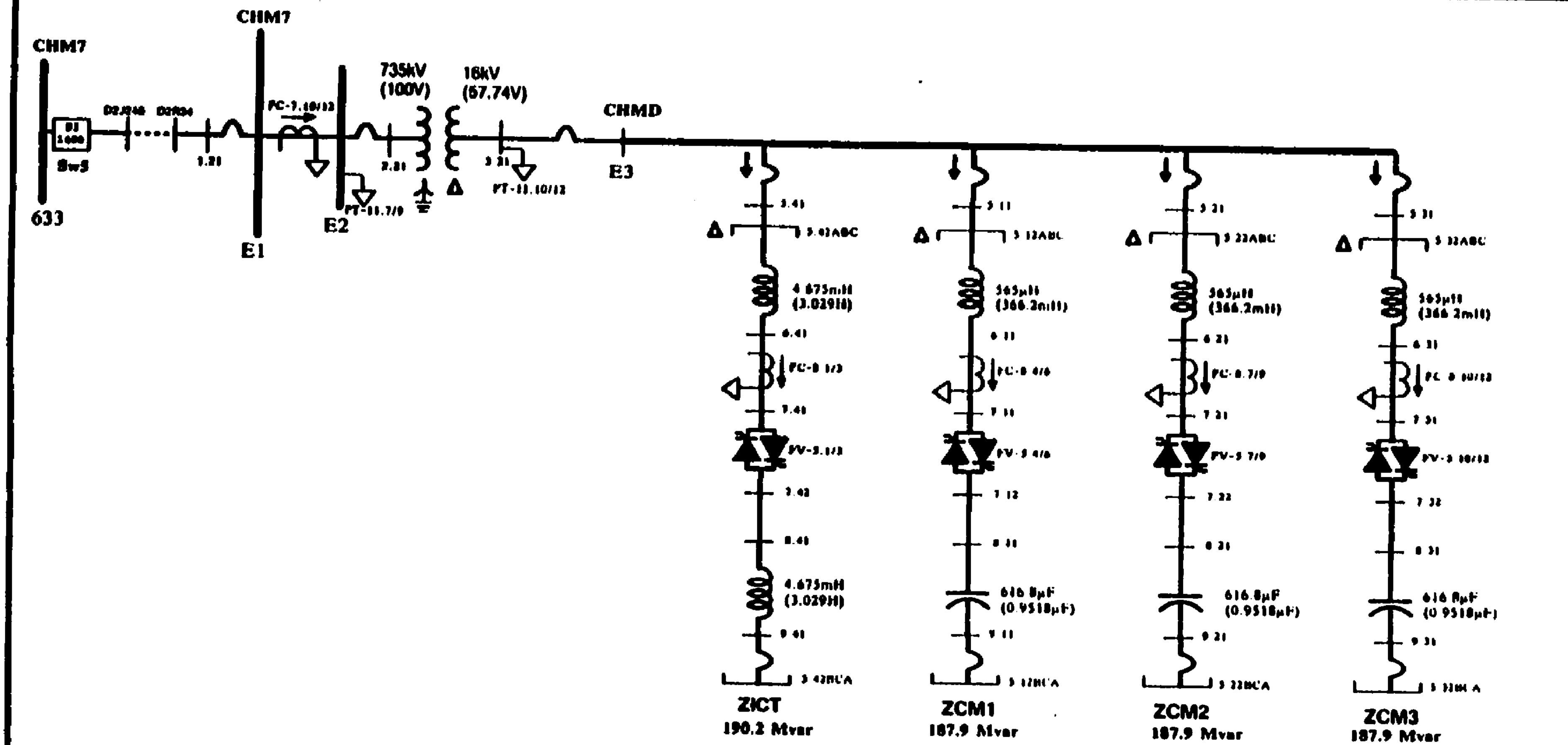


Figure 1.7 : Schéma unifilaire d'un compensateur statique avec une inductance contrôlée pa thyristors et avec un condensateur commutable

Sur la figure 1.7, un seul condensateur commutable est illustré. En pratique, u compensateur statique typique du réseau Hydro-Québec, comme celui du pos Chamouchouane (figure 1.8), est composé de trois condensateurs de 187.9 MVAR chacun à kV ce qui fait un total de 563.7 MVAR capacitif à 60 Hz. Typiquement, l'inductance contrôl par thyristors a une valeur de 190.2 MVAR à 16 kV et à 60 Hz.

Une commande appropriée de l'angle d'amorçage des thyristors de l'ICT permet u variation continue de l'amplitude de la composante fondamentale du courant dans l'ICT. V du réseau, cette variation de courant inductif est perçue comme une variation de la susceptan du compensateur. Le compensateur peut donc opérer sur une plage dynamique continue 190.2 MVAR. L'ajout de condensateurs a pour effet de déplacer cette plage dynamique da la zone capacitive du compensateur. Si aucun condensateur est en service, la plage dynamiq s'étend de 0 MVAR à 190.2 MVAR inductif. Si un condensateur de 187.9 MVAR est service, la plage dynamique du compensateur est restreinte à 187.9 MVAR capacitif jusqu 2.3 MVAR inductif. De même, si un deuxième condensateur est mis en service, la pla dynamique s'étend de 375.8 MVAR capacitif jusqu'à 185.6 MVAR capacitif. De cette faço



Légende

: capteurs de tension

: capteurs de courant

: boucle de mesure de courant accessible à l'avant

Les deux valeurs indiquées en regard des composants représentent: Valeur système pour 2 CLC
(Valeur simulateur)

commun/HQ_CLC/schemas/statiques/2CLC_CHM

IREQ Institut de recherche d'Hydro-Québec	
Dessiné: Claude Désy	Simulation de réseaux
Vérifié: Jean Lemay	
Projeté: Gilbert Sybille	Titre
Approuvé: Gilbert Sybille	2 CLC CHAMOUCHOUA
Date: 91-03-04	Schéma unifilaire
Révision: 91-07-08	ETUDE HQ/H2_CLC
Échelle Feuille 1	Dessin no.:

le compensateur peut fonctionner d'une façon continue sur toute sa plage de puissance : 563 MVAR capacitif jusqu'à 190.2 MVAR inductif. Les puissances réactives données ici sont vues du secondaire du transformateur à 1pu de tension. Vu du primaire, il faut tenir compte de la réactance de fuite du transformateur. La figure 1.9 illustre une caractéristique tension-courant typique d'un compensateur statique.

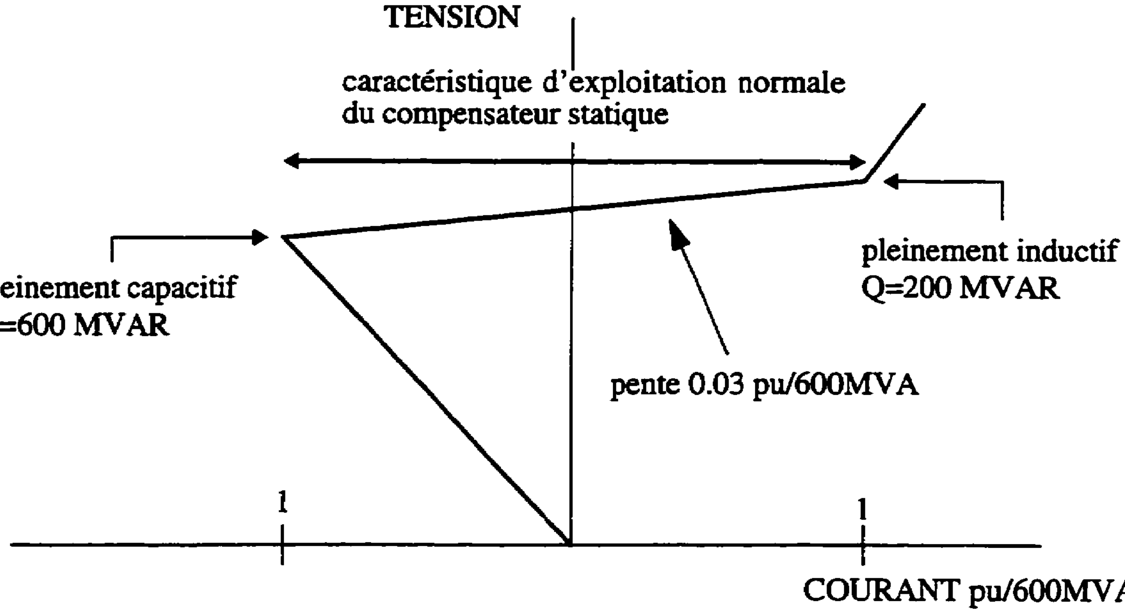


Figure 1.9 : Caractéristique tension-courant de deux compensateurs statiques de 300 MVAR en parallèle

Sur cette figure, on constate que la pente de la caractéristique d'exploitation normale du compensateur n'est pas nulle. En effet, l'ICT est commandé de telle sorte que la pente de la caractéristique, aussi appelée statisme, soit de l'ordre de 0.03 pu sur les bases du compensateur. Ce statisme assure une certaine stabilité du compensateur en régime dynamique et transitoire. Pour une analyse détaillée du comportement en régime permanent, dynamique et transitoire d'un compensateur statique le lecteur peut se référer aux travaux de Miller [1].

Pour notre étude, un des éléments les plus importants du compensateur est son transformateur d'entrée. Ce dernier est utilisé pour abaisser la tension de 735 kV au primaire à 16 kV au secondaire (22 kV pour certains compensateurs). Cette opération est nécessaire pour une utilisation adéquate des thyristors de l'ICT et des CMT.

Ce transformateur triphasé est composé de trois transformateurs monophasés. S
caractéristiques typiques sont [11,12,13] :

Puissance : 600 MVA (triphasé)

Impédance de fuite : 0.15 pu

coude de saturation : 1.28 pu

La figure 1.10 illustre la caractéristique à vide du transformateur. En régime permane

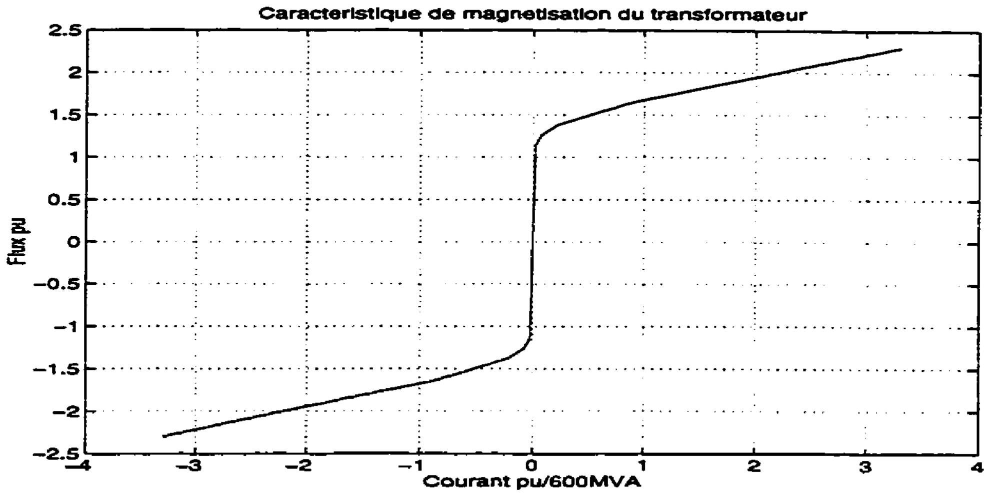


Figure 1.10 : Caractéristique magnétique d'un transformateur de compensateur statique su les bases (735kV et 600MVA)

le flux de magnétisation dans le transformateur varie alternativement entre -1 pu et 1 pu. Da ce fonctionnement normal, le transformateur n'est pas saturé et son courant de magnétisati est pratiquement nul (moins de 0.01 pu). Les circuits magnétiques des transformateurs d compensateurs statiques sont dimensionnés de façon à supporter des flux d'environ 1.28 avant d'atteindre la saturation magnétique. L'expérience passée a démontré que dimensionnement était suffisant pour assurer le bon fonctionnement des compensateu statiques en régime permanent, en régime dynamique (perturbation mineure sur le réseau) en régime transitoire (rétablissement de la tension à la suite d'un défaut), lorsque compensation série n'était pas encore en service.

La présence d'oscillations sous-synchrones de tension aux bornes d'un compensate statique, due à une perturbation sur le réseau compensé série, engendre des flux sou synchrones dans le circuit magnétique de son transformateur. Puisque la fréquence d oscillations de tension est faible, les flux engendrés ont de grandes amplitudes. À la secti

§1.5, on démontre que ces composantes de flux sont parfois suffisamment importantes po saturer le circuit magnétique du transformateur. Avant l'analyse de ces résultats, les étud effectuées pour vérifier la stabilité des compensateurs statiques sur le réseau compensé sé sont présentées au prochain paragraphe.

1.4 Rétrospective des études déjà effectuées sur la stabilité des compensateurs statiqu dans le réseau Hydro-Québec compensé série

Deux types d'études ont déjà été réalisées pour vérifier l'impact de l'ajout de compensation série sur la stabilité des compensateurs statiques : études numériques et étud analogiques par simulations temporelles au simulateur de l'IREQ [12].

Une étude numérique réalisée en collaboration avec General Electric [9,12] et utilisa les techniques d'analyse modale a déjà montré la faisabilité de l'exploitation simultanée d compensations shunt et série. Les principales recommandations de cette étude sont :

1- augmenter la constante de temps, en boucle ouverte, des régulateurs de tensic des compensateurs statiques

2- ajouter des filtres supplémentaires dans le système de mesure de la tension afi d'atténuer l'impact des oscillations à basse fréquence de la tension sur la bouc de régulation des compensateurs.

Cependant, cette étude repose sur un modèle linéaire du réseau et des compensateu statiques. Dans cette hypothèse la saturation des transformateurs est négligée. Dans le but c vérifier et de valider les conclusions de cette étude, des simulations analogiques de réseau a simulateur de l'IREQ ont été effectuées.

Ces essais au simulateur consistaient à produire des perturbations aux barres où so installés les compensateurs statiques afin de vérifier s'ils étaient en mesure d'amort rapidement les oscillations de tension à la suite de ces perturbations. L'enclenchement d'un inductance shunt et l'application d'un défaut (court-circuit triphasé de quelques cycles) sont le deux types de perturbations qui ont été simulés. La figure 1.11 illustre le schéma général d montage sur lequel les perturbations ont été effectuées.

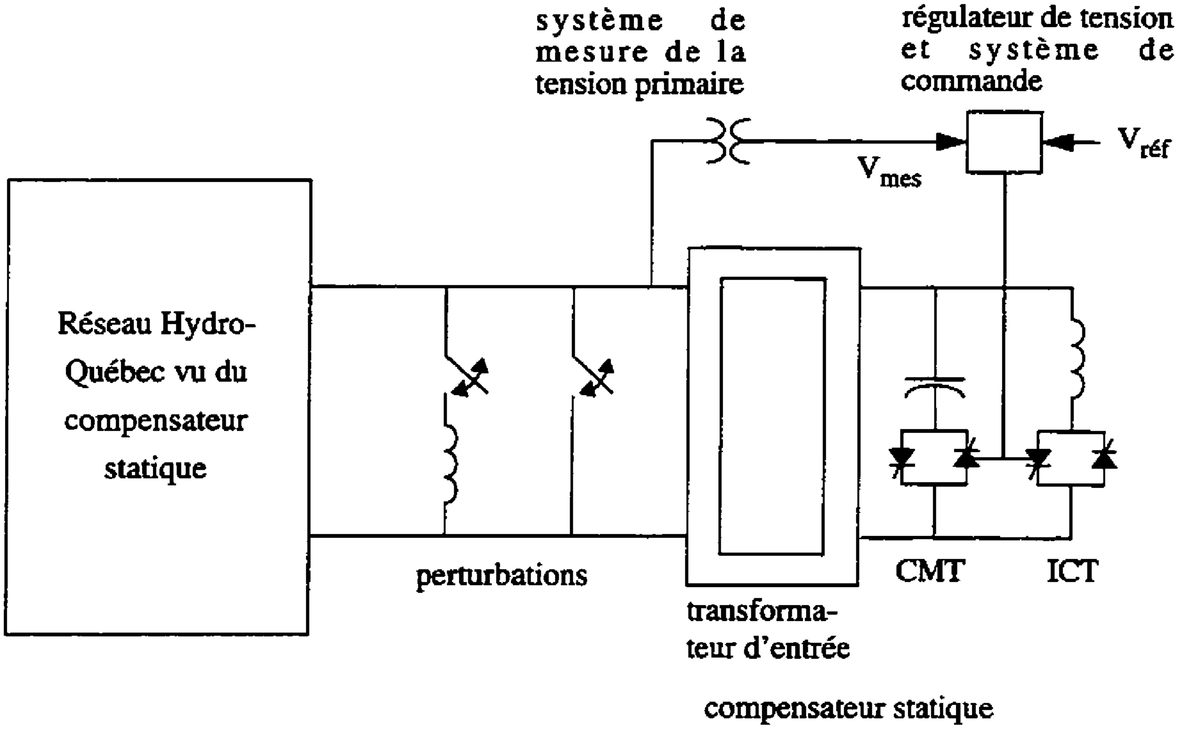


Figure 1.11 : Schéma monophasé illustrant le réseau, le système de perturbations et le compensateur statique

Ces simulations ont été réalisées sur le réseau "hiver", sur le réseau "été" et s différentes configurations du réseau dégradé. Les compensateurs statiques ont réa convenablement pour tous les essais sur le réseau "hiver" et sur le réseau "été". Cependant, lo de l'élimination d'un défaut, des cas d'instabilité ont été observés sur certaines configuratio dégradées du réseau [11,12]. Une instabilité se manifeste par des oscillations de l'amplitude la tension en régime permanent aux bornes du compensateur. On dit qu'un compensateur e instable lorsqu'il ne parvient pas à atténuer ces oscillations de tension. Les principal conclusions de cette étude sont :

1- les compensateurs statiques sont stables dans presque tous les essais qui ont é effectués

2- l'utilisation simultanée de la compensation série et shunt avec d compensateurs statiques est viable pour presque toutes les configurations réseau

3- quelques cas d'instabilité ont été observés, mais uniquement sur d configurations très dégradées du réseau

4- dans les cas d'instabilité, l'augmentation de la constante de temps, en bou ouverte, des régulateurs des compensateurs statiques est inefficace

5- l'utilisation des filtres qui avaient été recommandés est également ineffica (les explications détaillées sont fournies dans [12])

6- la saturation magnétique du transformateur d'entrée des compensateu statiques joue un rôle important dans les cas d'instabilité

Comme les compensateurs statiques doivent opérer de façon stable, même dans l pires configurations de réseau, il est important de bien comprendre le problème d'instabil afin de trouver des solutions appropriées. Un cas typique d'instabilité est décrit au procha paragraphe.

1.4.1 Description du problème d'instabilité des compensateurs statiques

Plusieurs simulations de courts-circuits donnant lieu à des problèmes d'instabilités sc illustrées et documentées [12]. La figure 1.12 illustre un cas typique d'application d'un déf de quelques cycles aux bornes du compensateur statique situé au poste Albanel (voir figu 1.1). Dans cette simulation, le réseau était très dégradé, les lignes Albanel-Némiskau Albanel-Chibougamau étaient hors service. Le poste Albanel se trouvait donc "en antenne" s le réseau. L'impédance du réseau, vue de la barre Albanel (ALB7), présentait une résonan sous-synchrone de 2500 Ω à 5.7 Hz et trois résonances hyper-synchrones à 88 Hz, 115 Hz 138 Hz d'une valeur approximative de 1500 Ω chacune.

Sur la figure 1.12-a, on observe une forte oscillation sous-synchrone de la tensi phase-terre aux bornes du compensateur statique lors de l'élimination du défaut. Ce oscillation de tension, qui semble périodique, est entretenue en régime permanent. compensateur statique à la barre Albanel, qui fonctionne en mode automatique, ne parvient p à l'atténuer. On remarque également que la fréquence de l'oscillation sous-synchrone (7.5 H est légèrement supérieure à la fréquence du mode naturel d'oscillation (5.7 Hz). La figure 1.1

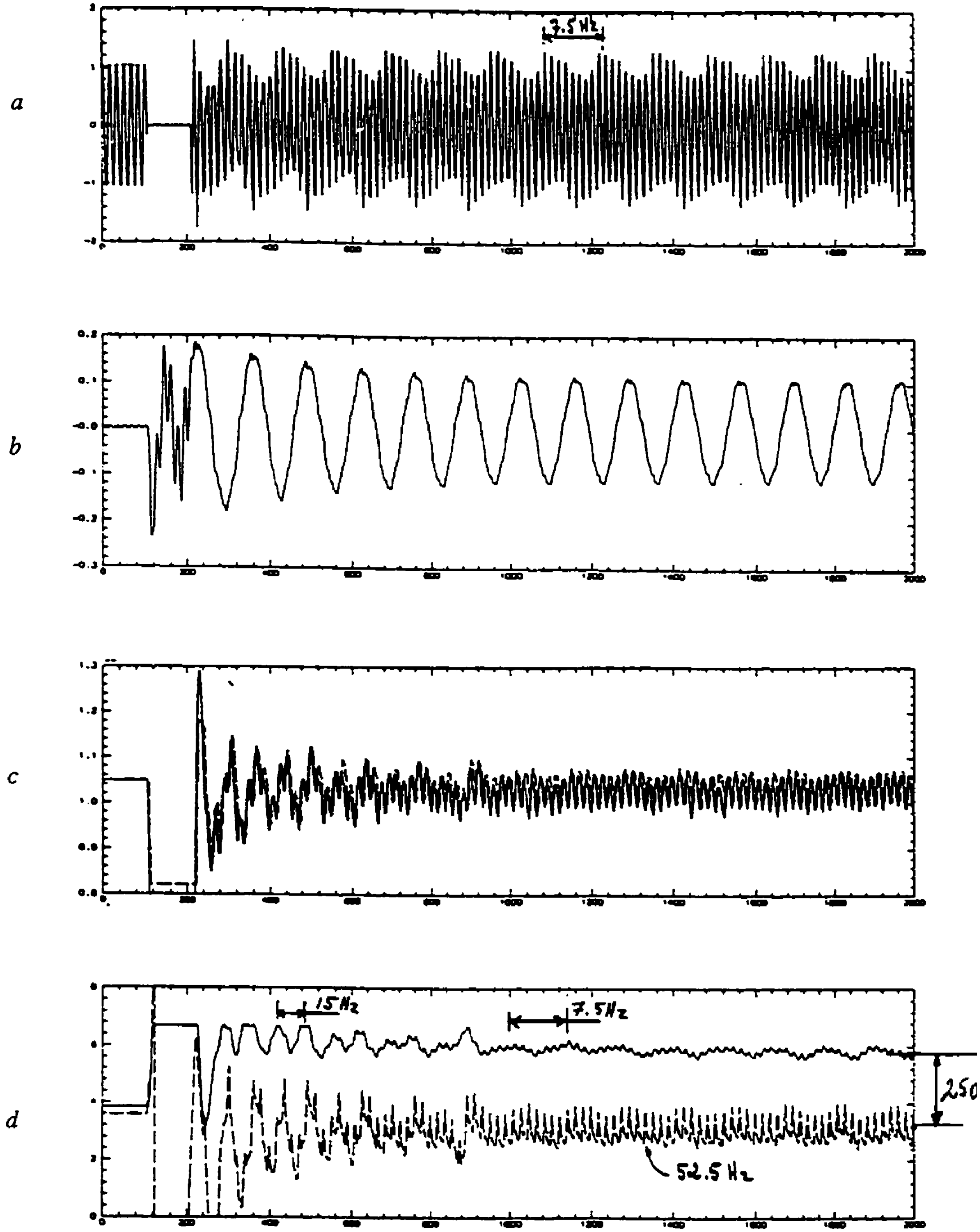


Figure 1.12 : Simulation d'un défaut triphasé (données du simulateur extraites de [12]). a) Tension ligne-neutre (phase a), b) tension aux bornes du compensateur série, c) tension primaire mesurée, d) susceptance primaire imposée par le système de commande et la susceptance réelle vue du primaire

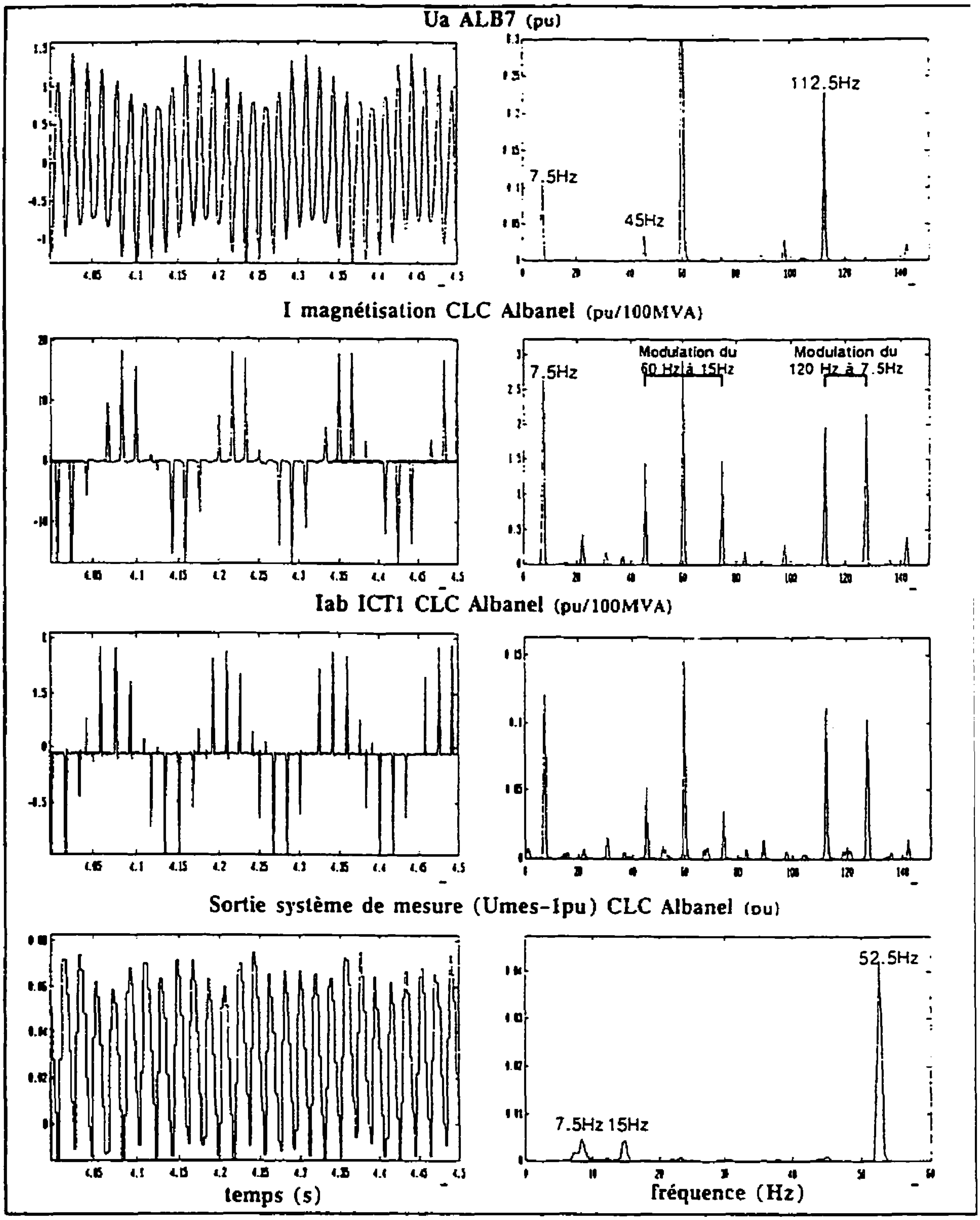


Figure 1.13 : Formes d'ondes en régime permanent lors de l'instabilité (données du simulateur extraites de [12]). Ua ALB7 : tension primaire phase A, I magnétisation CLC : courant de magnétisation du transformateur du compensateur statique, Iab ICT : courant dans l'inductance contrôlée par thyristors (branche ab du delta), Umes : tension primaire mesurée.

b illustre la tension aux bornes du condensateur série entre LMO7 et ALB7. Cette tensi oscille à grande amplitude avec une fréquence de 7.5 Hz.

Durant la simulation de ce problème, tous les condensateurs commutables sont service. L'ICT est faiblement sollicité de sorte que le compensateur reste plafonné au voisina de son niveau maximum capacitif (563.7 MVAR).

La mesure du courant de magnétisation (figure 1.13) a permis de démontrer que transformateur du compensateur fonctionne en saturation magnétique symétrique durant c oscillations sous-synchrones de la tension. La saturation du transformateur a pour conséquen d'augmenter considérablement (au moins un facteur 1000) le courant de magnétisation. Ce absorption supplémentaire de puissance réactive, par le transformateur, cause un éca significatif d'environ 250 MVAR à 60 Hz entre la puissance réactive réelle (figure 1.12 courbe du bas) que génère le compensateur au primaire du transformateur et celle prescrite p le régulateur de tension (figure 1.12-d courbe du haut). Il y a donc une erreur sur le poi d'opération du compensateur statique, en régime permanent, due à la saturation magnétique son transformateur. Le compensateur statique ne prend pas en considération le courant magnétisation pour calculer la susceptance primaire, c'est ce qui explique l'écart de 2 MVAR.

Remarque : la figure 1.12-d illustre la susceptance du compensateur statique vue réseau : cette susceptance est une image de la puissance effective du compensateur.

En plus d'ajouter plusieurs composantes harmoniques sur les tensions et les couran mesurables par leurs spectres de fréquences, la saturation du transformateur engendre d phénomènes complexes comme des modulations de la tension fondamentale et du courant magnétisation (figure 1.13). En mesurant la composante fondamentale de la tension, le capte de tension du compensateur réagit à la présence des oscillations sous-synchrones et hype synchrones, il réagit également aux harmoniques de tension et aux modulations de la tensi fondamentale (figure 1.12-c) . Il en résulte que la tension mesurée présente un conte fréquenciel ayant des composantes à basses fréquences (entre 0 Hz et 20 Hz), principaleme dues aux modulations, et des composantes à fréquences plus élevées, dans la gamme de 40 à 80 Hz dues à l'ajout des résonances sous-synchrones (figure 1.13). L'explication détaillée l'effet du système de mesure de la tension se trouve dans [12].

Le circuit de commande des gâchettes des thyristors de l'ICT et des CMT utilise tension secondaire comme tension de synchronisation. Comme cette tension est déformé cause de son spectre en fréquence complexe, les performances du système de synchronisati sont dégradées. Ce phénomène, causé en majeure partie par la saturation magnétique transformateur du compensateur, ajoute une nouvelle composante au problème d'instabil des compensateurs statiques.

L'analyse et la compréhension exacte du phénomène de l'instabilité du compensate statique en mode automatique sont difficiles en raison des interactions complexes qui existe entre la saturation magnétique du transformateur, l'erreur sur le point d'opération compensateur due à une absorption non négligeable de puissance réactive par l'inductance magnétisation du transformateur en saturation magnétique, l'influence du système de mesu de la tension et les performances dégradées du système de synchronisation pour l'amorçage d thyristors.

Les mêmes essais de courts-circuits ont été repris en mode manuel afin de vérifier l'instabilité provient de la boucle de régulation de tension ou du système de synchronisati [12]. En mode manuel, la sortie du régulateur de tension est maintenue constante. Ces essa ont démontré que, dans ce mode de fonctionnement, le compensateur parvient à atténuer l oscillations de tension : il est donc stable en mode manuel. Cependant, le temps de stabilisati est parfois très long, jusqu'à 9 secondes dans le cas d'un point d'opération pleinement capaci (en mode automatique le compensateur était pratiquement pleinement capacitif).

Finalement, pour vérifier l'influence du système de synchronisation, les mêmes essa en mode manuel ont été repris mais en mettant complètement hors service le système synchronisation. Les thyristors de l'ICT sont en circuit ouvert et ceux des CMT sont cour circuités de façon à opérer le compensateur à un point de fonctionnement pleinement capacit Les résultats de ces simulations ont démontré que les temps de stabilisation sont beaucou moins longs (environ 2 secondes) que lorsque le système de synchronisation est en service. système de synchronisation joue donc un rôle dans le problème d'instabilité du compensateu

Bien que plusieurs paramètres jouent un rôle important dans les oscillations sou synchrones de tension, l'instabilité qui est décrite ci-dessus a été observée uniquement lorsq la boucle de régulation de tension est en service, c'est-à-dire lorsque le compensate fonctionne en mode automatique. À partir de ces essais, différentes méthodes ont envisagées pour solutionner ce problème.

1.4.2 Méthodes envisagées pour l'élimination des instabilités de tension

La solution la plus simple pour atténuer les oscillations sous-synchrones de la tens consiste à enclencher, lorsqu'il y a une instabilité, une résistance en parallèle avec transformateur du compensateur statique. Si la valeur de la résistance est suffisamment faib l'énergie dissipée dans celle-ci permet d'amortir très rapidement l'oscillation de tensi Cependant, cette solution est coûteuse, car elle implique l'installation d'un banc de résistan de grande puissance. Cette solution est donc envisageable, mais uniquement en dernier recou

Les autres solutions qui ont été proposées sont :

1- l'utilisation de filtres passe-haut pour atténuer les composantes sous-synchro appliquées à l'entrée des systèmes de mesure

2- le changement du point d'opération des compensateurs lors de l'instabilité (passa en mode manuel à 0 MVAR)

3- la mise en court-circuit des condensateurs série (compensation série) sur les lig "en antenne" lors de la détection d'une instabilité.

Des essais au simulateur ont démontré que l'utilisation des filtres est inefficace [1 Même lorsque les filtres sont en service, l'instabilité des compensateurs persiste en régi permanent après l'élimination d'un défaut. Ces essais démontrent donc que la saturati magnétique du transformateur est probablement la principale cause du problème d'instabili Cette solution a donc été rejetée.

Dans l'essai décrit à la section 1.4.1, l'instabilité a lieu lorsque le compensate fonctionne près de son niveau maximum capacitif avant l'application du défaut. Ap l'élimination du défaut, le compensateur reste plafonné à un point de fonctionnement pro de son niveau maximum capacitif. Des essais supplémentaires ont démontré que, si le po d'opération est maintenu à 0 MVAR en mode manuel lorsque le problème d'instabilité détecté, les oscillations de tension s'atténuent en 500 ms (figure 1.14 courbe a). Cette métho

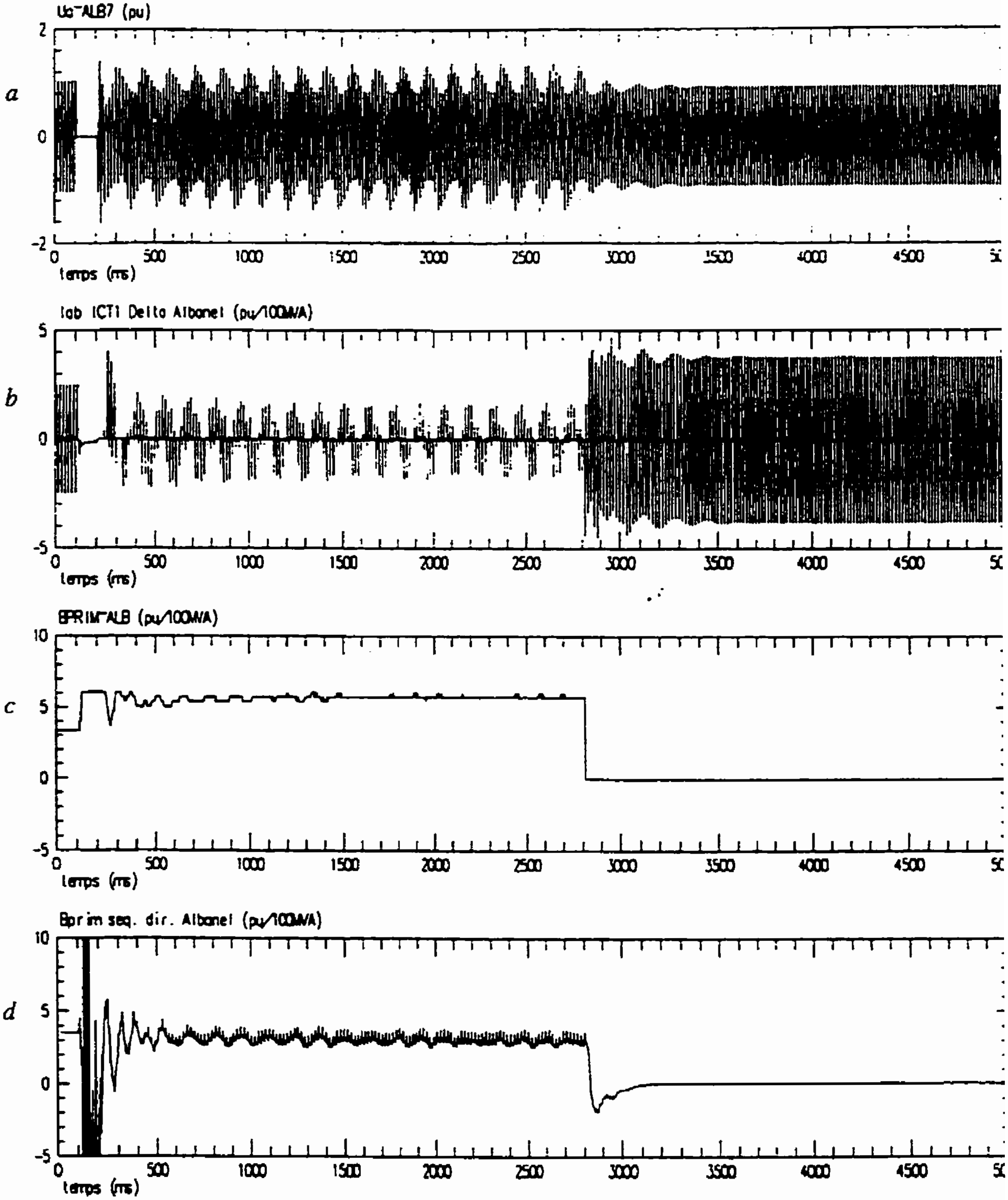


Figure 1.14 : Passage en mode manuel à 0 MVAR pour éliminer l'instabilité (données du simulateur extraites de [12]). a) tension primaire phase A, b) courant dans l'inductance contrôlée par thyristors, c) susceptance primire calculée par le compensateur statique, d) susceptance primaire réelle.

nécessite cependant un système automatique, qui reste à déterminer, pour détecter l'instabilit
Sur cette dernière figure, le passage en mode manuel à 0 MVAR est effectué à l'instant 28(
ms et l'instabilité disparaît 500 ms plus tard. La susceptance primaire calculée par
compensateur (courbe c), la susceptance primaire réelle (courbe d) et le courant dans l'IC
(courbe b) sont également illustrés sur cette figure.

Comme ce sont les composantes de tension associées aux modes sous-synchron
d'oscillation qui sont responsables de la saturation magnétique du transformateur
compensateur, il s'agit de faire disparaître ces modes pour éliminer le problème d'instabilit
L'apparition de ces modes est due à l'interaction entre les condensateurs de la compensatio
série et l'inductance de la compensation inductive shunt. Une façon efficace d'éliminer
mode sous-synchrone est de court-circuiter les condensateurs de la compensation série sur l
lignes "en antenne". Cette opération est possible en envoyant une commande aux disjoncteu
de contournement du banc de condensateurs. Des essais au simulateur ont démontré que cet
méthode est très efficace [12]. En effet, il suffit de contourner les condensateurs pour une dur
d'environ six cycles de 60 Hz (0.1 s) pour atténuer complètement les oscillations de tensio
(figure 1.15 courbe a). Le système demeure stable après la remise en service des condensateu
série. Sur cette dernière figure, le court-circuit du condensateur série entre les barres LMO7
ALB7 est effectué à l'instant 1500 ms. Les susceptances primaires réelle (courbe d) et calcul
(courbe c), la tension aux bornes du condensateur série (courbe e) et le courant l'ICT (cour
b) sont également illustrés sur cette figure. Cependant, les condensateurs série ne sont p
nécessairement dans le poste où est installé le compensateur statique. L'utilisation de cet
méthode nécessite donc un lien de communication entre le compensateur statique et l
condensateurs série en plus d'un système automatique pour détecter l'instabilité.

À la lumière de ce problème d'instabilité des compensateurs statiques sur le résea
Hydro-Québec compensé série, il a été convenu de poursuivre des recherches afin de mieu
comprendre ce problème et de trouver les solutions les plus appropriées.

1.5 Autre cas d'instabilité des compensateurs statiques

Ce paragraphe a pour unique but d'illustrer un cas d'instabilité qui est différent de cel
décrit à la section précédente. Ce problème, qui a été prédit à la suite de nos recherches, se
décrit plus longuement au cinquième chapitre. Il est introduit ici car il apporte une informatio

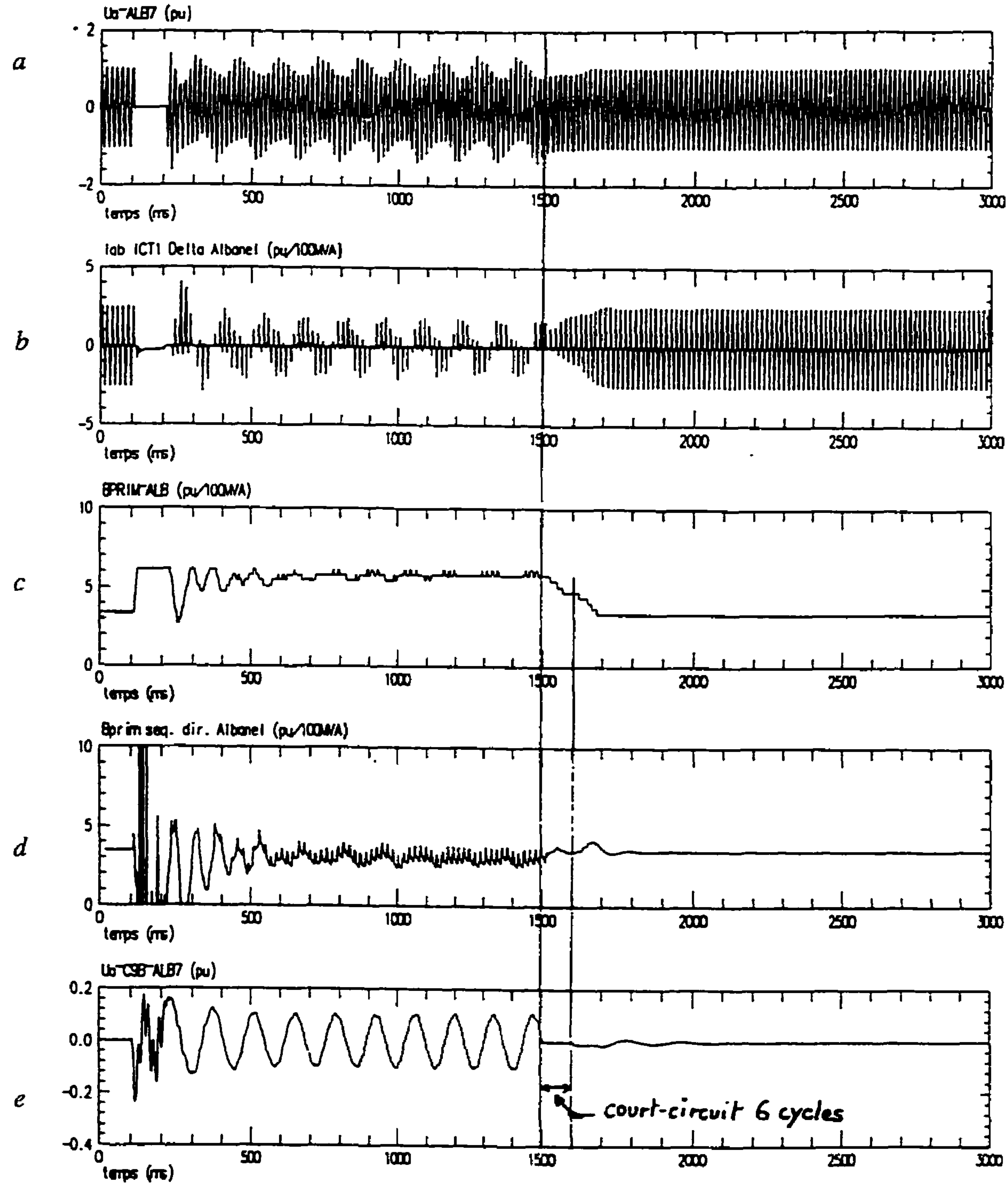


Figure 1.15 : Court-circuit du condensateur série pendant une durée de 0.1 seconde (données du simulateur extraites de [12]). a) tension primaire phase A, b) courant dans l'inductance contrôlée par thyristors, c) susceptance primire calculée par le compensateur statique, d) susceptance primaire réelle, e) tension aux bornes du condensateur série.

supplémentaire essentielle pour la compréhension des phénomènes d'instabilité des compensateurs statiques.

Une autre campagne de simulations, au simulateur de l'IREQ, a été réalisée p valider les résultats de nos recherches théoriques et pour bénéficier de l'utilisation des modè de simulation très réalistes du compensateur statique et de son système de commande.

Les essais effectués ont consisté à appliquer un défaut triphasé aux bornes d' compensateur statique. Dans ces essais, le réseau est modélisé par un circuit équivale L'impédance du circuit équivalent de Thévenin, vue du compensateur, présente une résona sous-synchrone et une résonance hyper-synchrone compatibles avec celles qui existent sur topologies dégradées réalistes du réseau. La fréquence et l'amplitude de chacune résonances ont été sélectionnées soigneusement de façon à simuler une des pires configurati possibles du réseau.

La figure 1.16 illustre la tension ligne-neutre et le courant primaire de la phase A transformateur du compensateur statique lors de l'application d'un défaut triphasé de 4. cycles. Après l'élimination du défaut, une forte oscillation sous-synchrone apparaît aux bor du compensateur statique. On constate sur cette même figure que le compensateur ne parvi pas à amortir ces oscillations de tension. En régime permanent les formes d'onde de la tensi et du courant sont qualitativement différentes de celles décrites précédemment à la section 1 Dans le cas traité ici, la tension et le courant primaire, en régime permanent, ne sont p périodiques. Ils sont quasi-périodiques, c'est ce qui explique la présence d'un battement quasi-périodicité est démontrée au cinquième chapitre). Durant l'instabilité, le courant magnétisation du transformateur indique que ce dernier est complètement saturé (figure 1.1

Le courant dans l'inductance contrôlée par thyristors et le courant dans l condensateurs commutables sont illustrés sur la même figure. On remarque que dans premiers instants qui suivent l'élimination du défaut (de 0.15 s à 0.3 s) l'ICT et les CMT s en service car ils sont en conduction. Quelques cycles de 60 Hz après l'élimination du défa les CMT cessent de conduire alors que l'ICT essaie d'amortir les oscillations de tension, sa succès, jusqu'à environ une seconde après l'élimination du défaut. Après cette durée d'u seconde, l'ICT cesse lui aussi de conduire bien que l'amplitude de la tension aux bornes compensateur soit encore très oscillante. Le système de protection du système synchronisation, inclus dans le contrôleur des compensateurs, interrompt les impulsio

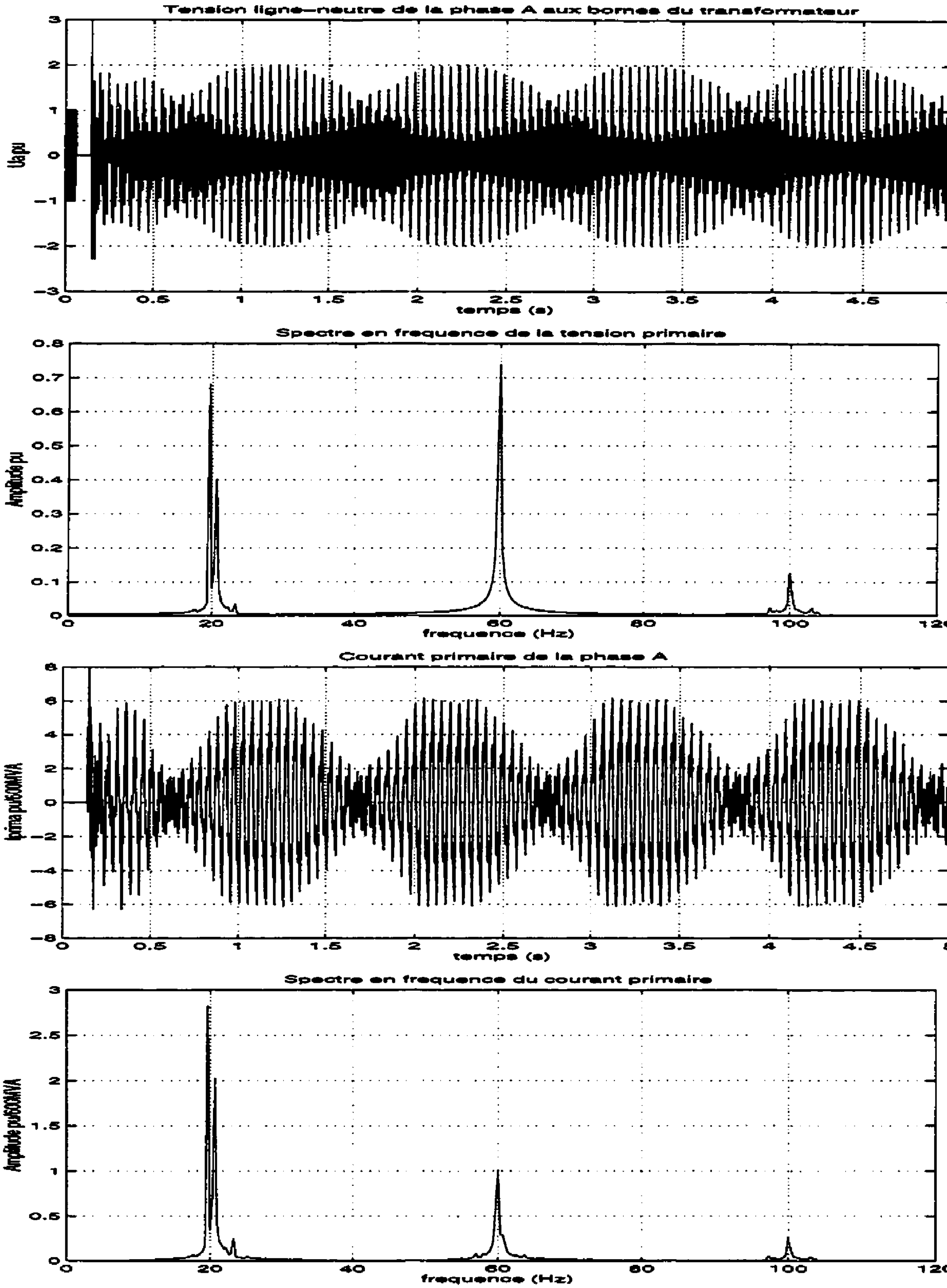


Figure 1.16 : Tension primaire et courant primaire (phase A), les spectres en fréquence sor
calculés sur une fenêtre temporelle de 2 secondes à 5 secondes

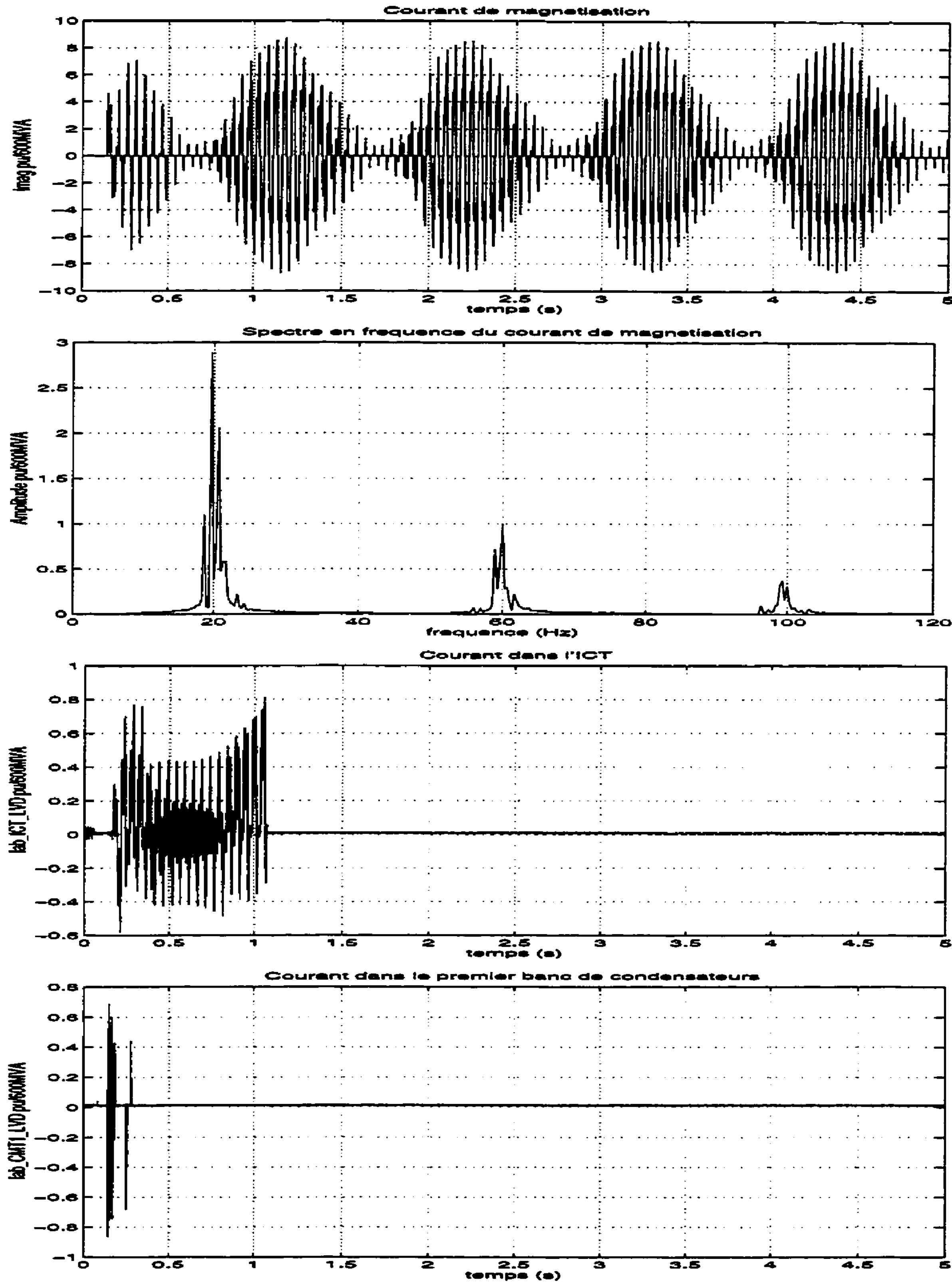


Figure 1.17 : Courant de magnétisation (le spectre en fréquence est calculé sur une fenêtre temporelle de 2 secondes à 5 secondes) et courants dans l'ICT et dans les CMT

d'amorçage des thyristors (ce phénomène est expliqué au cinquième chapitre). Dans c conditions, le compensateur statique est complètement hors service. Le réseau alimente transformateur du compensateur statique, dont le secondaire est à vide, et le problèn d'instabilité persiste toujours.

Ce problème d'instabilité est donc différent de celui présenté au paragraphe §1.4 c dans ce dernier cas l'instabilité persistait en régime permanent uniquement lorsque la bouc de régulation de tension était en service. Dans le cas décrit ici, seule la saturation magnétiq du transformateur est responsable de l'instabilité.

Le cas d'instabilité présenté dans ce paragraphe met en évidence le fait que le problèn d'oscillations sous-synchrones de la tension aux bornes des compensateurs statiques doit êt principalement associé à l'interaction entre le réseau et le transformateur saturable d compensateur statique. Dans certains cas, il est nécessaire que la boucle de régulation de tension soit en service pour que le problème persiste en régime permanent, mais dans les ca les plus sévères, il y a instabilité même lorsque le compensateur est complètement hors servic Ces résultats expérimentaux permettent de cerner de manière univoque la nature et l'origir des problèmes observés.

1.6 Identification du problème de ferrorésonance

Les lectures, les diverses analyses et études [14,15,16-37] effectuées suite à la mise e évidence de ce problème d'oscillations entretenues de la tension aux bornes des compensateu statiques sur le réseau Hydro-Québec compensé série nous ont convaincu que ce problème e lié au phénomène de la ferrorésonance. En effet, la définition générale de la ferrorésonance, q est donnée en [14,15,16,25], peut lui être appliquée. Cette définition est reprise ici pour plus d clarté pour le lecteur.

La ferrorésonance est une oscillation non linéaire qui affecte les circuits électrique Les oscillations peuvent être transitoires ou permanentes et peuvent aussi bien se produire dar des circuits monophasés que triphasés.

Remarque : Dans le reste de la thèse, nous appelons ferrorésonance uniquement l oscillations non linéaires entretenues en régime permanent.

Les conditions nécessaires à l'obtention de la ferrorésonance sont :

1- le circuit doit être excité par une ou plusieurs sources de tensions (habituellem sinusoïdales)

2- il doit y avoir un ou plusieurs éléments non linéaires composés d'un matéri ferromagnétique saturable comme les inductances ou les transformateurs

3- il doit y avoir un ou plusieurs condensateurs pour échanger de l'énergie av l'élément non linéaire

4- les pertes doivent être faibles

Dans notre problème, les alternateurs synchrones constituent les sources de tensio l'élément non linéaire est le transformateur d'entrée du compensateur statique, l condensateurs de la compensation série et la capacité phase-terre des lignes sont les éléme qui échangent de l'énergie avec le transformateur saturable. Les pertes sont très faibles car l configurations dégradées du réseau sont obtenues à partir du réseau "été", où la charge es son niveau le plus bas.

Les quatre conditions nécessaires présentées ci-dessus ne sont pas suffisantes po définir la ferrorésonance. La condition suivante doit être observée : plusieurs solutions stabl en régime permanent doivent pouvoir coexister pour un circuit donné. Ce sont les conditio initiales appliquées au circuit qui déterminent laquelle des solutions sera effective.

La première solution dite solution normale, est celle qui est souhaitée par les opérateu de réseau. Cette solution est semblable à celle qui peut être calculée en linéarisant l'éléme non linéaire autour de son point de fonctionnement nominal. Toutes les autres solutions so des solutions ferrorésonantes qui nécessitent pour leur calcul une modélisation adéquate de non-linéarité.

Remarque : la notion de stabilité des solutions en régime permanent e fondamentalement différente de la stabilité des compensateurs statiques. Le fonctionneme d'un compensateur statique est dit instable lorsqu'il n'est pas capable d'atténuer l oscillations de la composante fondamentale de la tension. Bien que le fonctionnement c compensateur soit dit instable, la solution établie en régime permanent, au sens des définitio qui précèdent, est stable (la notion de stabilité est définie au deuxième chapitre).

On distingue différents types de régimes ferrorésonants :

1- la ferrorésonance périodique

2- la ferrorésonance quasi-périodique

3- la ferrorésonance chaotique.

La ferrorésonance périodique est soit fondamentale, soit sous-harmonique. Pour ferrorésonance fondamentale, les oscillations électriques sont principalement à la fréquen fondamentale de la source de tension (60 Hz) [16]. Bien que la composante fondamentale sc prépondérante, plusieurs harmoniques paires et/ou impaires sont également présentes sur spectre en fréquences des tensions et des courants.

Dans le cas de la ferrorésonance sous-harmonique, les oscillations s'effectue principalement à des fréquences qui sont des sous-multiples entiers (30 Hz, 20 Hz, 15 Hz, .. de la fréquence fondamentale. Ces oscillations sont généralement accompagnées de plusieu harmoniques paires et/ou impaires de la fréquence sous-synchrone.

Les régimes quasi-périodiques se caractérisent par des oscillations non périodiqu ayant au moins deux fréquences de base incommensurables : une fréquence fondamentale une autre fréquence qui lui est souvent inférieure. Les cas de ferrorésonance quasi-périodiqu donnent lieu à des phénomènes complexes comme des battements sur les courants et l tensions. Leurs spectres en fréquence sont composés de plusieurs raies distinctes dont l fréquences sont des combinaisons linéaires des fréquences de base.

Finalement, les régimes chaotiques sont ceux qui n'entrent dans aucune des catégori précédentes. Ils se caractérisent par une très grande sensibilité aux conditions initiales et par u comportement qui semble aléatoire. Le spectre en fréquence d'une solution chaotique e continu. Des raies spectrales à grande amplitude sont généralement perceptibles au harmoniques de la fréquence fondamentale et aux harmoniques et sous-harmoniques proch des fréquences d'oscillations naturelles du système.

Il est clair que dans chacun des cas d'instabilité des compensateurs statiques décrits au paragraphes §1.4 et §1.5, il y a au moins deux solutions possibles en régime permanent : l solution normale et une solution ferrorésonante. La solution normale est celle qui existe e régime permanent avant l'application du défaut. Dans cette solution, le transformateur d compensateur statique n'est pas saturé et les formes d'ondes sont sinusoïdales. La seconde, solution ferrorésonante, est celle qui prévaut après l'application du défaut. Dans cette derni solution, le transformateur du compensateur statique est fortement saturé, le compensateur dit instable mais la solution est stable, car elle persiste en régime permanent.

Pour l'instabilité décrite à la section §1.4, la ferrorésonance semble être sou harmonique. En effet, les spectres en fréquence de la tension primaire et du courant magnétisation présentent une raie spectrale à 7.5 Hz et plusieurs autres raies qui sont d multiples entiers de 7.5 Hz. Il faut remarquer que 7.5 Hz est un sous-multiple entier (1/8) de fréquence fondamentale (60 Hz).

Par ailleurs, l'instabilité décrite à la section §1.5 est quasi-périodique. La descripti détaillée de ce cas de ferrorésonance est présentée au cinquième chapitre.

1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, il est démontré que le réseau Hydro-Québec compensé série présen des configurations dégradées dont l'impédance du circuit équivalent de Thévenin, vue d compensateurs statiques, possède des résonances sous-synchrones et hyper-synchrones grande amplitude. Une perturbation sur ces configurations de réseau peut engendrer u instabilité des compensateurs statiques.

Les études préliminaires tendent à démontrer que les instabilités survienne uniquement lorsque la boucle de régulation de tension des compensateurs statiques est service. Ces études démontrent également que la saturation magnétique des transformateu d'entrée des compensateurs statiques joue un rôle important dans l'apparition de l'instabilit

Cependant, notre recherche a permis de trouver d'autres configurations dégradées, ma réalistes, pour lesquelles les instabilités peuvent persister en régime permanent, même lorsq les compensateurs statiques sont complètement hors service. Ces nouveaux cas d'instabili sont très importants, du point de vue de la recherche et du point de vue de la pratique, car i permettent de bien identifier la cause fondamentale du problème d'instabilité. Ceci constit une étape fondamentale dans la recherche de solutions au problème posé.

La ferrorésonance a été retenue comme étant la cause principale des instabilités. l ferrorésonance est principalement causée par l'interaction entre le réseau dégradé compen série et les transformateurs saturables des compensateurs statiques.

Le problème initial ayant été suffisamment clarifié, les causes principales ayant é identifiées, il est possible d'orienter la recherche vers l'étude de la ferrorésonance des réseau compensés série et shunt afin de déterminer quels sont les paramètres les plus significatifs (l'apparition de la ferrorésonance.

Certains concepts mathématiques et outils numériques associés à la théorie d systèmes dynamiques, sont présentés aux deux prochains chapitres. La théorie des systèm dynamiques est l'environnement conceptuel le plus adéquat pour l'étude de la ferrorésonanc

Chapitre II

Systèmes dynamiques : notions de base

Ce chapitre présente certains concepts de base de la théorie des systèmes dynamiqu qui sont nécessaires à l'étude de la ferrorésonance.

Le choix de cet environnement mathématique est justifié à la section §2.1. D définitions générales concernant les systèmes dynamiques sont présentées au paragraphe §2 Des solutions ferrorésonantes périodiques, quasi-périodiques et chaotiques sont illustrées paragraphe §2.3. Un accent important est mis sur l'interprétation qualitative des plans de phas L'application de Poincaré est définie à la section §2.4. La section §2.5 présente le concept la stabilité des solutions périodiques. Finalement, nous présentons brièvement le concept bifurcation à la §2.6.

Remarque : ce chapitre n'est pas un traité de mathématiques sur les systèm dynamiques. Seules les notions nécessaires à l'étude de la ferrorésonance sont présenté L'accent a surtout été mis sur l'interprétation qualitative des solutions en régime permane des systèmes dynamiques non linéaires. À notre avis, c'est cet aspect qui est le plus importa pour l'ingénieur qui désire comprendre et porter un jugement éclairé sur des phénomènes n linéaires, qui sont à première vue assez complexes.

2.1 Justification du choix de la théorie des systèmes dynamiques pour l'étude de ferrorésonance

La ferrorésonance est un phénomène complexe essentiellement non linéaire qui souvent fait l'objet de descriptions qualitatives [31,32,33], mais dont une approcl systématique rigoureuse et générale n'est apparue que récemment [16,17,19,20,27,28].

Les solutions physiques ferrorésonantes se manifestent sous différentes forme: périodiques, quasi-périodiques et chaotiques. Il est donc difficile, voire impossible dans l'é actuel de la connaissance, de trouver une formulation analytique qui soit suffisamme générale pour calculer tous les régimes ferrorésonants d'un système donné. Par ailleurs, principale caractéristique d'un système ferrorésonant est de présenter au moins deux solutio stables en régime permanent. La solution qui s'établit, en régime permanent, dépei uniquement des variables d'état (tensions, courants, flux magnétique ...) dans le système à instant donné. La dynamique non linéaire du système doit donc nécessairement être prise considération pour étudier de façon générale la ferrorésonance.

L'objet de la théorie des systèmes dynamiques est l'étude qualitative et géométriq des solutions de systèmes continus ou discrets non linéaires [64,66,76-82,84,87,88]. E particulier, cette théorie fournit de nombreux résultats sur l'existence, la stabilité et l bifurcations de solutions stationnaires, périodiques, quasi-périodiques ou chaotiques systèmes d'équations différentielles. Il est donc tout à fait approprié d'étudier le phénomène ferrorésonance à l'aide de la théorie des systèmes dynamiques.

L'étape préliminaire pour étudier la ferrorésonance d'un réseau d'énergie électriq consiste d'abord à modéliser ce réseau par un circuit équivalent (chapitre IV). Les lois Kirchhoff sont ensuite utilisées pour écrire le système d'équations différentielles non linéair de ce circuit. La théorie des systèmes dynamiques est alors utilisée sur ce système d'équatio pour étudier la ferrorésonance. Les résultats obtenus sont réalistes dans la mesure où modélisation est fidèle au système physique, en l'occurrence le réseau. Les résultats présent au chapitre V démontrent clairement que cette approche est valable et satisfaisante car el permet de prédire avec succès la ferrorésonance dans les circuits électriques.

La théorie des systèmes dynamiques fournit les méthodes pour l'étude des solutio ferrorésonantes. Ces méthodes permettent la détermination de la nature et la stabilité de c solutions. Les études paramétriques des solutions, qui sont très importantes pour localiser l zones d'existence de la ferrorésonance, peuvent être effectuées avec des méthodes numériqu adéquates. Finalement, les bifurcations, qui sont des changements qualitatifs des solutions fonction de certains paramètres, sont étudiées avec la théorie des systèmes dynamiques.

Dans le contexte des réseaux d'énergie électrique, ce qui est le plus important, vis-à- de la ferrorésonance, c'est de déterminer si un réseau donné peut entrer en ferrorésonance à suite d'une perturbation et de déterminer quels sont les paramètres (la charge, la puissance court-circuit, l'amplitude des résonances sous-synchrones, etc..) les plus importants po l'apparition de la ferrorésonance. Bien qu'intéressantes, l'identification exacte des points bifurcation et l'étude de la dynamique de la solution à ces points de bifurcation ne sont directement pertinentes pour notre étude. Pour cette raison, cet aspect de la théorie c systèmes dynamiques n'est discuté que très brièvement. Dans le cadre de nos travaux doctorat, l'accent a surtout été mis sur l'étude de la ferrorésonance périodique et qua périodique.

Notre objectif est de présenter, de la façon la plus simple possible, les notions de ba de la théorie des systèmes dynamiques ainsi que les principales caractéristiques qualitatives leurs solutions en régime permanent utilisables pour les ingénieurs électrotechniciens. lecteur désirant une étude mathématique plus détaillée, plus approfondie et plus rigoureuse q celle présentée dans ce chapitre est invité à consulter les ouvrages suivants : Guckenheimer Holmes [88], Wiggins [87], Hale & Koçak [82]. La majorité des définitions présentées dans chapitre proviennent du livre de T.S. Parker et L.O. Chua [76].

2.2 Définitions des systèmes dynamiques

Dans ce paragraphe, on définit les systèmes dynamiques continus autonomes et n autonomes ainsi que la relation qui existe entre ces deux types de système. On donne aussi définition d'un système dynamique discret.

2.2.1 Système dynamique continu et autonome

Un système dynamique continu d'ordre n autonome se définit par le systèr d'équations (2.1).

$$\dot{x} = f(x)\,,\, x(t_0) = x_0 \qquad (2.$$

où $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$, $x(t) \in \Re^n$ est l'état du système au temps t, et $f: \Re^n \to \Re^n$ est appelé champs de vecteurs. $\Re$ est l'ensemble des nombres réels. Si f est non linéaire en x, alors système (2.1) est dit autonome mais non linéaire.

La solution de (2.1) est donnée par $\phi_t(x_0)$, dénifie comme le flot. $\phi_t(x_0)$ est l'état système au temps t qui est obtenu en solutionnant (2.1) de $t = t_0 = 0$ jusqu'à $t = t$ avec condition initiale $x(t_0) = x_0$.

2.2.2 Définition d'un système dynamique continu non autonome

Un système dynamique continu d'ordre n non autonome se définit par le systè d'équations (2.2).

$$\dot{x} = f(x, t) \text{ , } x(t_0) = x_0 \qquad (2.$$

où $f: \Re^{n+1} \to \Re^n$. Le système est dit non autonome, car il dépend explicitement temps t. Si f est non linéaire en x, alors le système (2.2) est dit non autonome et non linéai

La solution de (2.2) passant par x_0 à un temps t_0 est $\phi_t(x_0, t_0)$.

Remarque : contrairement aux systèmes linéaires, sauf exception, on ne pe déterminer analytiquement les solutions des systèmes non linéaires. Les solutions doivent do être calculées numériquement (chapitre III).

S'il existe un temps $T > 0$ tel que $f(x, t) = f(x, t + T)$ pour tout x et t, alors système est dit périodique avec une période T.

Remarque: Dans ce travail, nous supposons que tous les systèmes non autonomes so périodiques. Ceci est justifiable par le fait que dans notre étude de la ferrorésonance, no considérons que les sources de tension sont toutes sinusoïdales avec une fréquence constan *de 60 Hz et que les coefficients de (2.2) sont invariables dans le temps. Bien que le système s périodique, cela ne signifie pas pour autant que ses solutions sont périodiques.*

2.2.3 Relation entre systèmes autonomes et non autonomes

Un système dynamique continu d'ordre n non autonome de période T peut toujours êt converti en un système autonome d'ordre n+1 en ajoutant la variable $\theta \equiv \frac{2\pi t}{T}$. Le systèn autonome est alors donné par (2.3) et (2.4).

$$\dot{x} = f\left(x, \frac{\theta T}{2\pi}\right), x(t_0) = x_0 \quad (2.$$

$$\dot{\theta} = \frac{2\pi}{T}, \theta(t_0) = \frac{2\pi t_0}{T} \quad (2.$$

Puisque la fonction f est périodique avec une période T, le système autonome e périodique en θ avec une période de 2π. Donc, les plans $\theta = 0$ et $\theta = 2\pi$ peuvent êt identifiés (collés) de façon à transformer l'espace d'état d'un espace Euclidien $\Re^{n+1}$ en u espace cylindrique $\Re^n \times S^1$ où $S^1 = [0, 2\pi)$. La solution de (2.3) et (2.4) prend alors forme

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_t(x_0, t_0) \\ \frac{2\pi t}{T} mod 2\pi \end{bmatrix} \quad (2.$$

2.2.4 Définition d'un système dynamique discret

Une application $P: \Re^n \rightarrow \Re^n$ définit un système dynamique discret par le systèn d'équations d'état (2.6)

$$x_{k+1} = P(x_k), \text{ où } k = 0, 1, 2, \ldots \quad (2.$$

$x_k \in \Re^n$ est l'état du système. P est l'application qui relie x_k à x_{k+1}. La séquence de[s]

points $\{x_k\}\Big|_{k=0}^{\infty}$ est appelée l'orbite.

Dans l'étude de la ferrorésonance, le système d'équations est continu car il modélise u[n] système physique évoluant dans le temporellement. Cependant, les systèmes dynamique[s] discrets trouvent une application fondamentale dans l'étude de la ferrorésonance pa[r] l'intermédiaire de l'application de Poincaré. Cette technique, décrite au paragraphe §2.4 permet d'étudier le système continu à l'aide d'un système discret. En outre, elle est largemen[t] utilisé pour l'étude qualitative des solutions et pour la recherche systématique des différente[s] solutions périodiques que peut admettre le système. En outre, la stabilité des régime[s] ferrorésonants périodiques peut également se déduire de la stabilité des points fixes d[e] l'application de Poincaré associés à ces régimes (paragraphe §2.5).

Le prochain paragraphe présente un éventail de solutions qui peuvent exister en régim[e] permanent pour un système dynamique continu non autonome.

2.3 Solutions en régime permanent pour un système dynamique continu non linéaire e[t] non autonome

Les équations dynamiques d'un circuit électrique non linéaire qui modélise un réseau en vue d'en étudier la ferrorésonance sont non autonomes, car elles sont explicitement fonction du temps t et non linéaires. Le temps apparaît dans les équations en raison de la source ou des sources de tension sinusoïdales qui alimentent le circuit. La non-linéarité vient de la modélisation de la caractéristique magnétique saturable de l'élément non linéaire, en l'occurrence une inductance ou un transformateur.

Dans ce paragraphe, tous les types de solutions stables, pertinents pour notre étude, sont présentés. À défaut d'avoir une formulation analytique générale pour chacun de ces types de solutions, l'analyse qualitative est le seul moyen qui permette d'étudier, de façon rigoureuse, la nature des différentes solutions non linéaires. L'intérêt de cette étude est de mettre en évidence les caractéristiques qualitatives propres associées à chacune de ces solutions. Tous les cas de ferrorésonance peuvent être identifiés, qualitativement, à l'une ou l'autre des solutio qui sont présentées.

Différentes définitions permettant l'analyse des solutions en régime permanent so d'abord présentées.

2.3.1 Définition du régime permanent et du régime transitoire

À partir d'une condition initiale donnée, l'état du système évolue dans le temps av une dynamique dictée par le système d'équations. Le comportement asymptotique de solution, c'est-à-dire lorsque le temps devient très long ($t \to \infty$), est défini comme étant régime permanent.

Le régime transitoire est défini comme étant la différence entre la solution complè obtenue à partir de $t = 0$ avec $x(0) = x_0$ jusqu'à $t \to \infty$ et la solution en régime permaner

2.3.2 Définition du point ω-limite et d'ensemble ω-limite

Un point $x \in \Re^n$ est dit un point ω-limite de $x_0 \in \Re^n$ s'il existe une séquence de $\{t_i\}$

$t_i \to \infty$, telle que $\phi_{t_i}(x_0, t_0) \to x$.

L'ensemble $L(x_0)$ de tous les points ω-limite de x_0 est appelé l'ensemble ω-limite x_0. L est en fait l'objet géométrique, dans le plan d'état, vers lequel tend $\phi_t(x_0, t_0)$ lorsq $t \to \infty$.

Un ensemble ω-limite L est attractif s'il existe un voisinage U de L tel qu $L(x') = L$ pour tout $x' \in U$. Cette définition signifie que si l'état initial x_0 est légèreme écarté de L, alors $\phi_t(x_0, t_0)$ tend vers L lorsque $t \to \infty$.

2.3.3 Définition de bassin d'attraction

Le bassin d'attraction B_L est l'ensemble de toutes les conditions initiales x_0 q mènent $\phi_t(x_0, t_0)$ vers L. Il est l'union de tous les voisinages U tels que définis à la sect précédente.

2.3.4 Solutions périodiques en régime permanent

Définition d'une solution périodique : une solution périodique de période T est u solution qui vérifie la propriété suivante :

$$\phi_t(x^*, t_0) = \phi_{t+T}(x^*, t_0) \qquad (2$$

où x^* est l'état initial du régime permanent du système d'équations.

Si la période T est égale à la période $T_f = (2\pi)/\omega$ de l'oscillation forcée on dit q la solution périodique est fondamentale. Par contre, si $T = nT_f$ avec $n > 1$ (n est un entie alors la solution est qualifiée de sous-harmonique d'ordre n.

Il est clair qu'en régime permanent le flot d'une solution périodique décrit une cour fermée dans l'espace de phase engendré par les variables d'état x (figure 2.1). En effet, puisq la solution est périodique, la trajectoire du flot est nécessairement fermée. Le flot prend temps T avant de compléter cette courbe. Sur cette dernière figure, la trajectoire du flot circulaire, toutefois de façon générale la courbe est fermée prenant la forme d'un cercle p ou moins déformé. La présence d'harmoniques et de sous-harmoniques déforme considérablement la courbe. Qualitativement une solution périodique est donc reconnaissal par la trajectoire fermée de son flot dans le plan de phase.

Remarque : le mot hyper est utilisé dans ce contexte pour décrire des objets qui peuve avoir plusieurs dimensions.

Le système périodique non autonome peut être converti en un système autonome ajoutant la variable d'état θ de période 2π comme présenté à la section §2.2.3. Pour

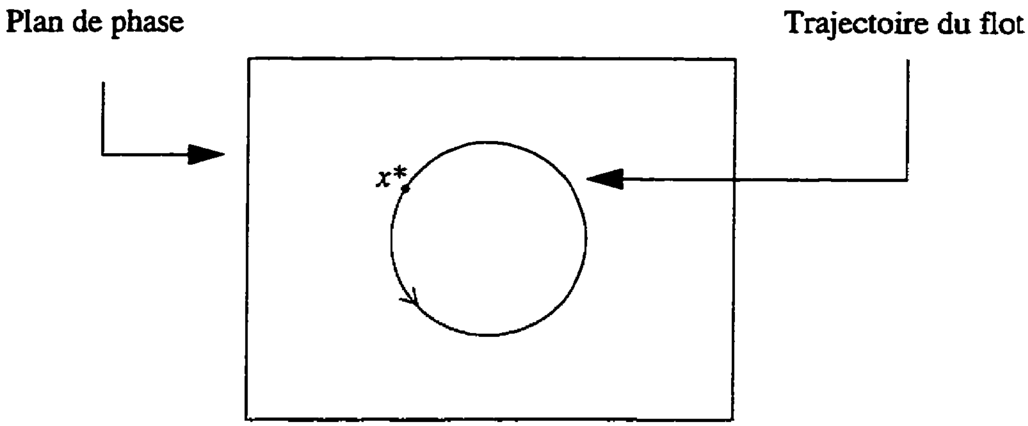


Figure 2.1 : Trajectoire du flot dans le plan de phase défini par x

système autonome, le flot décrit une courbe sur un hypercylindre dans l'espace d'état engend
par les variables d'état x et la variable d'état θ (figure 2.2).

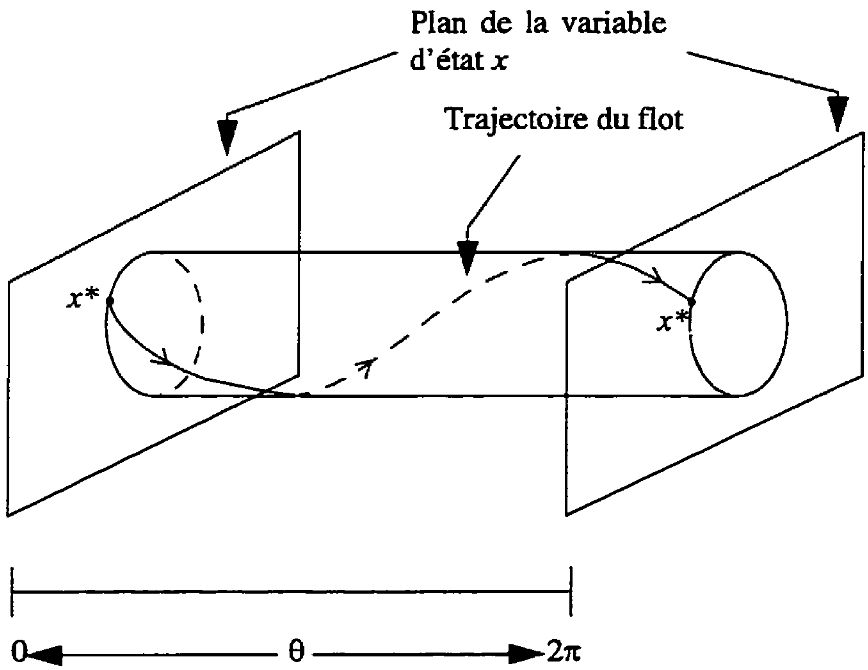


Figure 2.2 : Trajectoire du flot dans l'hyper espace d'état $x-\theta$

Puisque le système est 2π-périodique en θ, les deux plans d'état des variables illustrés à la figure 2.2 sont identiques. Ils peuvent donc être identifiés (collés) un à l'autre. trajectoire d'une solution périodique décrit une courbe fermée sur l'hypercylindre obtenu av cette identification (figure 2.3).

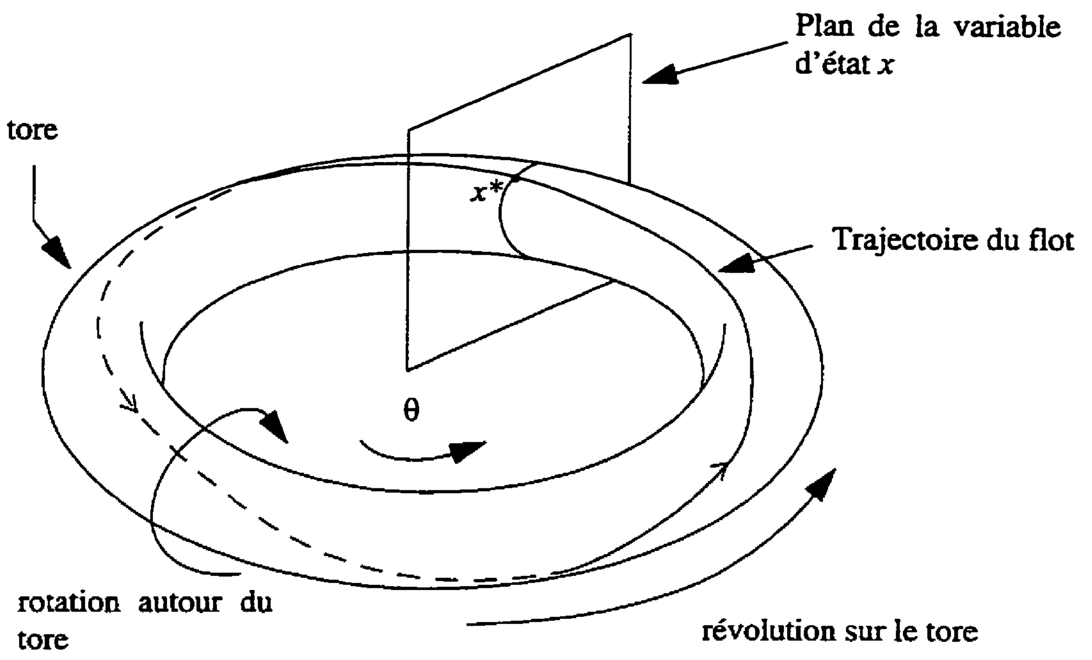


Figure 2.3 : Trajectoire du flot

La trajectoire d'une solution périodique fondamentale effectue une seule révolution s l'hypercylindre avant de se refermer sur elle-même.

La trajectoire du flot d'une solution sous-harmonique d'ordre n effectue n révolutio sur le tore avant de se refermer sur elle-même. La présence d'harmoniques se manifeste p plusieurs rotations autour du tore. Si l'ordre de la solution sous-harmonique est très élev plusieurs révolutions de la trajectoire sont nécessaires avant qu'elle reboucle sur elle-même. C phénomène peut donner l'impression que la trajectoire est dense sur un tore. Cependant, si solution est périodique, le nombre de révolutions est fini et la trajectoire n'est pas dense sur u tore. Avec l'application de Poincaré, il sera possible de déterminer si la trajectoire est dense c non sur un tore, ce qui permettra de différencier les solutions périodiques des solutions qu périodiques.

Quatre solutions périodiques sont présentées, à titre d'exemple, dans ce paragraphe. première est une solution périodique fondamentale que nous appellerons quasi-linéaire. seconde solution est fondamentale mais non linéaire. La troisième est une solution so harmonique 5 (12 Hz) et finalement la dernière est une solution sous-harmonique 3 (20 I ayant des harmoniques paires et impaires. Ces solutions ont été obtenues numériquement et été vérifiées expérimentalement avec un circuit RLC série dont l'inductance L est saturable. première solution correspond au comportement linéaire du circuit, c'est-à-dire q l'inductance opère en régime permanent dans son domaine d'utilisation normal où elle n' pas saturée. Dans les trois autres solutions, l'inductance est saturée, ce sont donc des soluti ferrorésonantes. Bien que les solutions ferrorésonantes présentées dans ce paragraphe, ai que dans les paragraphes suivants, soient des cas particuliers, la généralité de le caractéristiques qualitatives demeure significative.

Le système d'équations dynamiques (2.8) permet de générer les quatre soluti mentionnées ci-dessus. Il offre l'avantage d'avoir uniquement deux variables d'état, x_1 et ce qui permet de tracer le flot $\phi_t(x_0, t_0)$ dans le plan de phase défini par x_1 et x_2.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= k_1 g(x_2) \\ \dot{x}_2 &= -k_2 g(x_2) - x_1 + u\cos(\omega t + \Phi) \end{aligned} \qquad (2$$

Ce système d'équations est associé à celui d'un circuit RLC série dans lequel les de variables d'état x_1 et x_2 sont respectivement identifiables à la tension aux bornes condensateur C et au flux magnétique dans l'inductance saturable L. Par analogie $R = k$ $C = 1/k_1$, u est l'amplitude de la source de tension, ω est sa fréquence angulaire et Φ sa phase. Dans ce système d'équations, $g(x_2)$ est le courant dans l'inductance saturab $g(x_2)$ est donc représenté par une caractéristique de magnétisation courant-flux.

2.3.4.1 Solutions périodiques fondamentales

Deux solutions périodiques fondamentales sont présentées dans ce paragraphe : solution dite normale et une solution non linéaire. Ce sont les conditions initiales déterminent laquelle des deux solutions est présente en régime permanent.

Les paramètres du système d'équations (2.8) sont : $k_1 = 2{,}000 \times 10^5$ $C = 5\mu$ $k_2 = 20$, $R = 20\Omega$ $u = 100V$, $\omega = 376{,}9911$ rd/s et $\Phi = 1{,}5708$ rd $g(x_2) = 0{,}002 \times x_2 + 0{,}3 \times x^7{}_2$. La figure 2.4 illustre la caractéristique non linéaire $g(x_2$

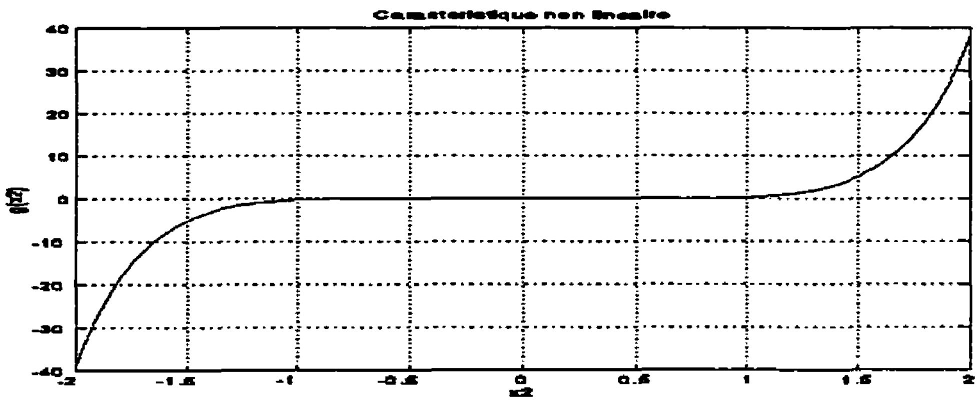
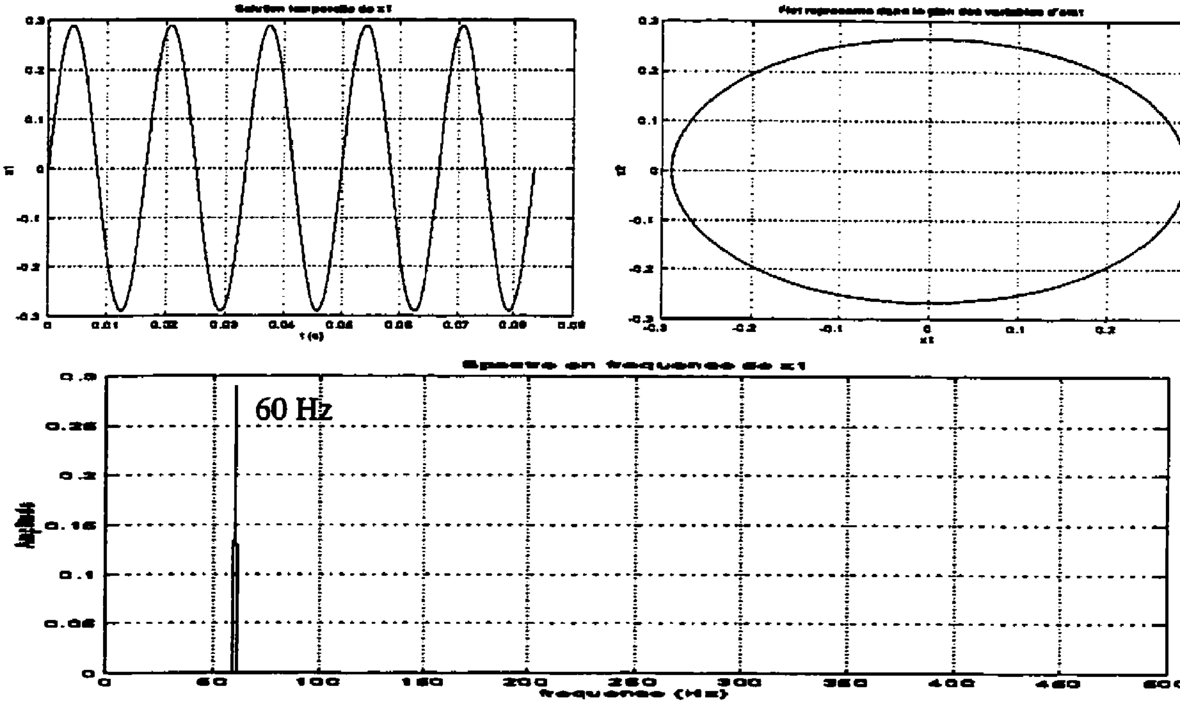


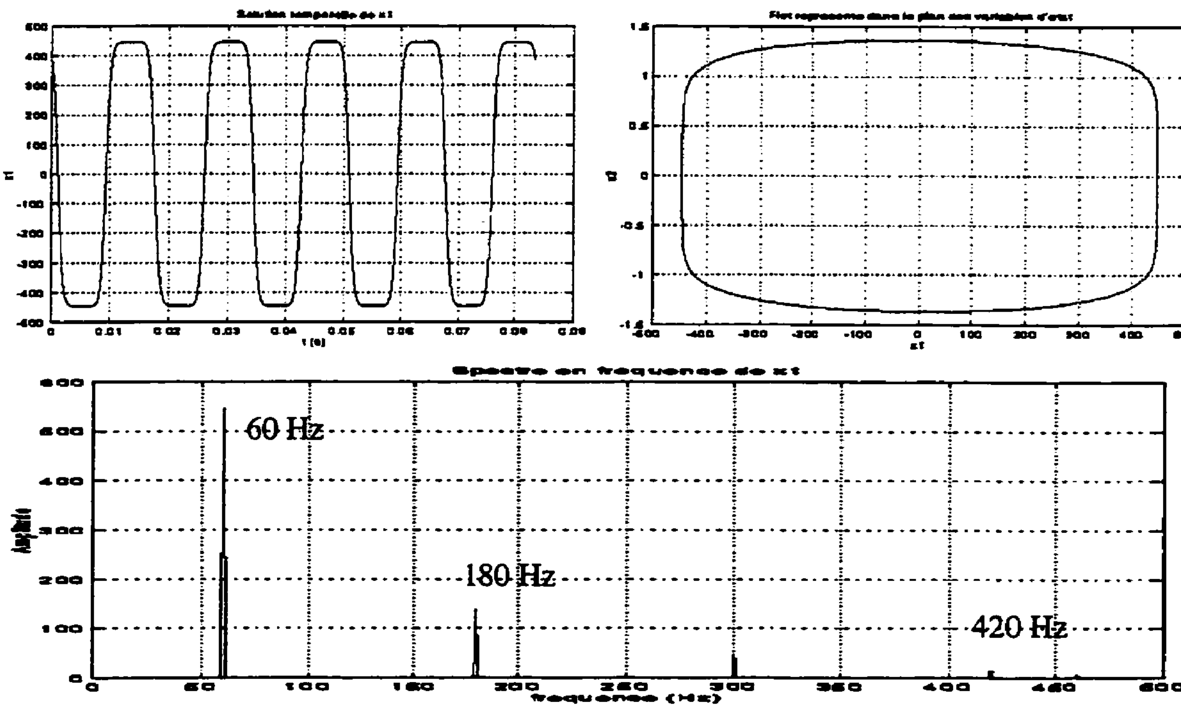
Figure 2.4 : Caractéristique non linéaire

Les deux solutions sont illustrées à la figure 2.5. La première solution, figure 2.5-a), essentiellement sinusoïdale. Le flot, tracé dans le plan de phase, décrit une courbe réguli fermée. Le spectre en fréquence de x_1 ne contient que la raie fondamentale à 60 Hz. Ce solution correspond au comportement linéaire du système d'équations. C'est-à-dire que variable d'état x_2 opère principalement dans la zone linéaire de la caractéristique $g(x_2)$.

La seconde solution, figure 2.5-b, se distingue de la première par le fait que l'amplitu de ces variables d'état est beaucoup plus grande que pour la première solution. Par ailleurs, s spectre en fréquence indique une raie spectrale à la fréquence fondamentale et plusieurs aut raies aux harmoniques impaires de cette fréquence. Ce sont ces harmoniques qui sc responsables de la déformation de la sinusoïde. Ces caractéristiques sont typiques des cas ferrorésonances fondamentales.



a)



b)

Figure 2.5 : a) solution périodique fondamentale associée au comportement quasi-linéaire d système d'équations, b) solution périodique fondamentale ferrorésonante. Les spectres en fréquence sont mesurés sur une fenêtre temporelle de 1 seconde.

2.3.4.2 Solution périodique sous-harmonique 5

Pour mettre en évidence cette solution sous-harmonique, les paramètres du systèm d'équations (2.8) sont : $k_1 = 1{,}000 \times 10^5$ $C = 10\mu F$, $k_2 = 20$ $R = 20\Omega$, $u = 100V$ $\omega = 376{,}9911$ rd/s et $\Phi = 1{,}5708$ rd. Trois segments de droites sont utilisés pour fabrique la caractéristique non linéaire $g(x_2)$ (figure 2.6).

La solution temporelle est illustrée à la figure 2.6. Cette solution a une période qui es cinq fois plus longue que la période fondamentale, pour cette raison elle porte le nom de sous harmonique 5. L'amplitude de la variable d'état x_2 indique que le système opère dans sa zon de fonctionnement non linéaire. Le spectre en fréquence montre une raie à la fréquence d l'oscillation sous-harmonique (12 Hz = 60/5 Hz) et quelques harmoniques impaires du 12 Hz La courbe définie par le flot dans le plan de phase (figure 2.6) est déformée par la présence d ces harmoniques.

2.3.4.3 Solution périodique sous-harmonique 3 avec des composantes harmonique paires et impaires

Les paramètres de l'équation (2.8) nécessaires pour obtenir cette solution sont $k_1 = 1{,}000 \times 10^5$, $k_2 = 7$, $u = 100$, $\omega = 376{,}9911$ rd/s et $\Phi = 3{,}4809$ rd. La caractéristique non linéaire $g(x_2)$ est constituée des trois segments de droites illustrés à la figure 2.7.

La solution temporelle est illustrée sur la même figure. Cette solution non linéaire, de type sous-harmonique 3, se caractérise par une raie spectrale à 20 Hz (60/3 Hz) et de composantes paires et impaires de cette fréquence. La présence des harmoniques paires est due au fait que la forme d'onde de la solution temporelle n'est pas symétrique par rapport à l'axe du temps. La déformation considérable de la trajectoire du flot dans le plan de phase est une conséquence de la richesse du contenu spectral de la solution.

Les solutions temporelles, les plans de phase et les spectres des quatre solution périodiques décrites ci-dessus représentent, qualitativement, la majorité des cas possibles de ferrorésonances périodiques.

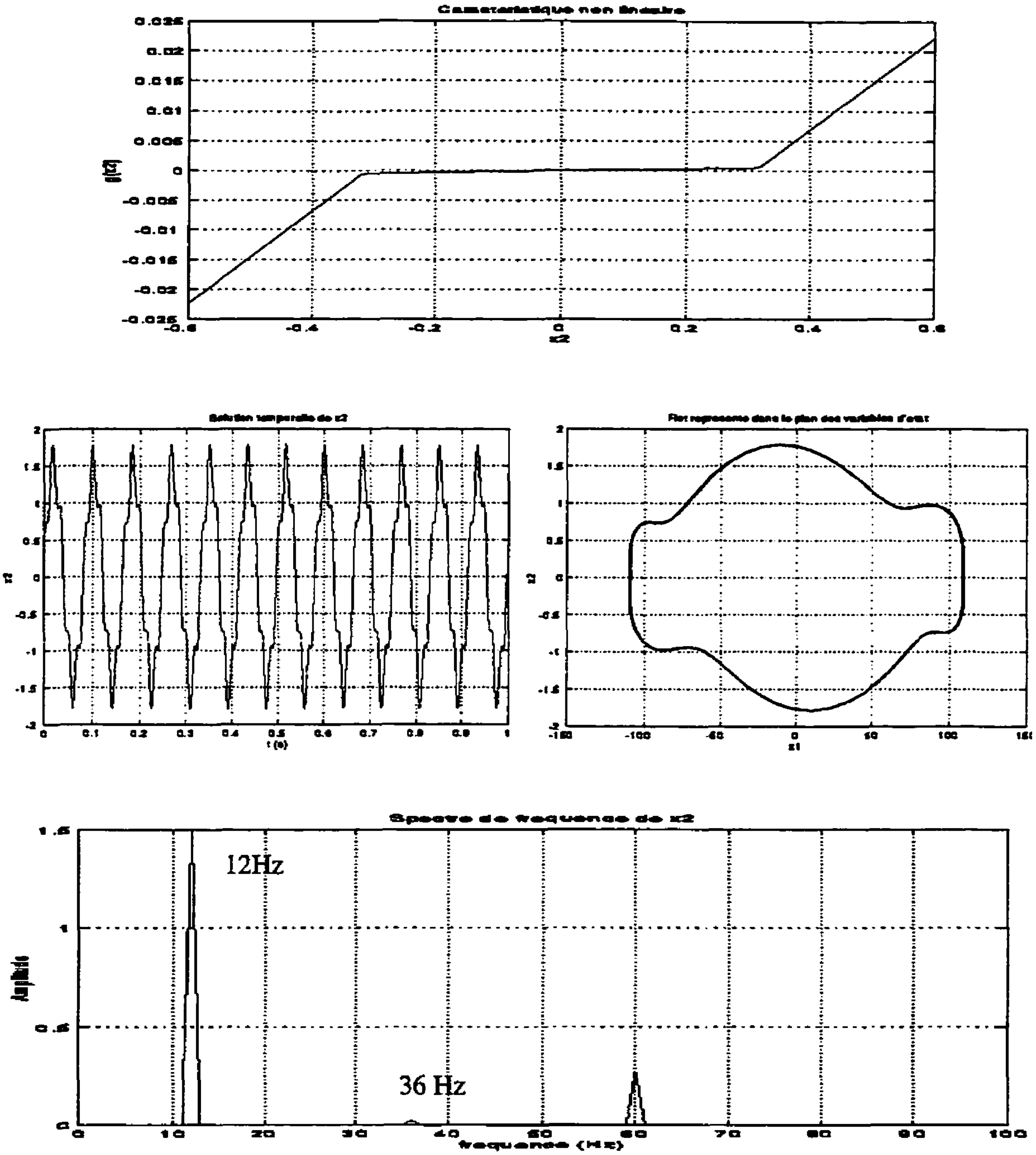


Figure 2.6 : Solution périodique sous-harmonique 5. Le spectre en fréquence est mesuré su
une fenêtre temporelle de 1 seconde.

Remarque : dans les deux exemples précédents les caractéristiques non linéaires son définies par des segments de droites. En théorie, une telle modélisation n'est pas exacte. E effet, les dérivées du courant de magnétisation par rapport au flux sont continues, ce qui entr

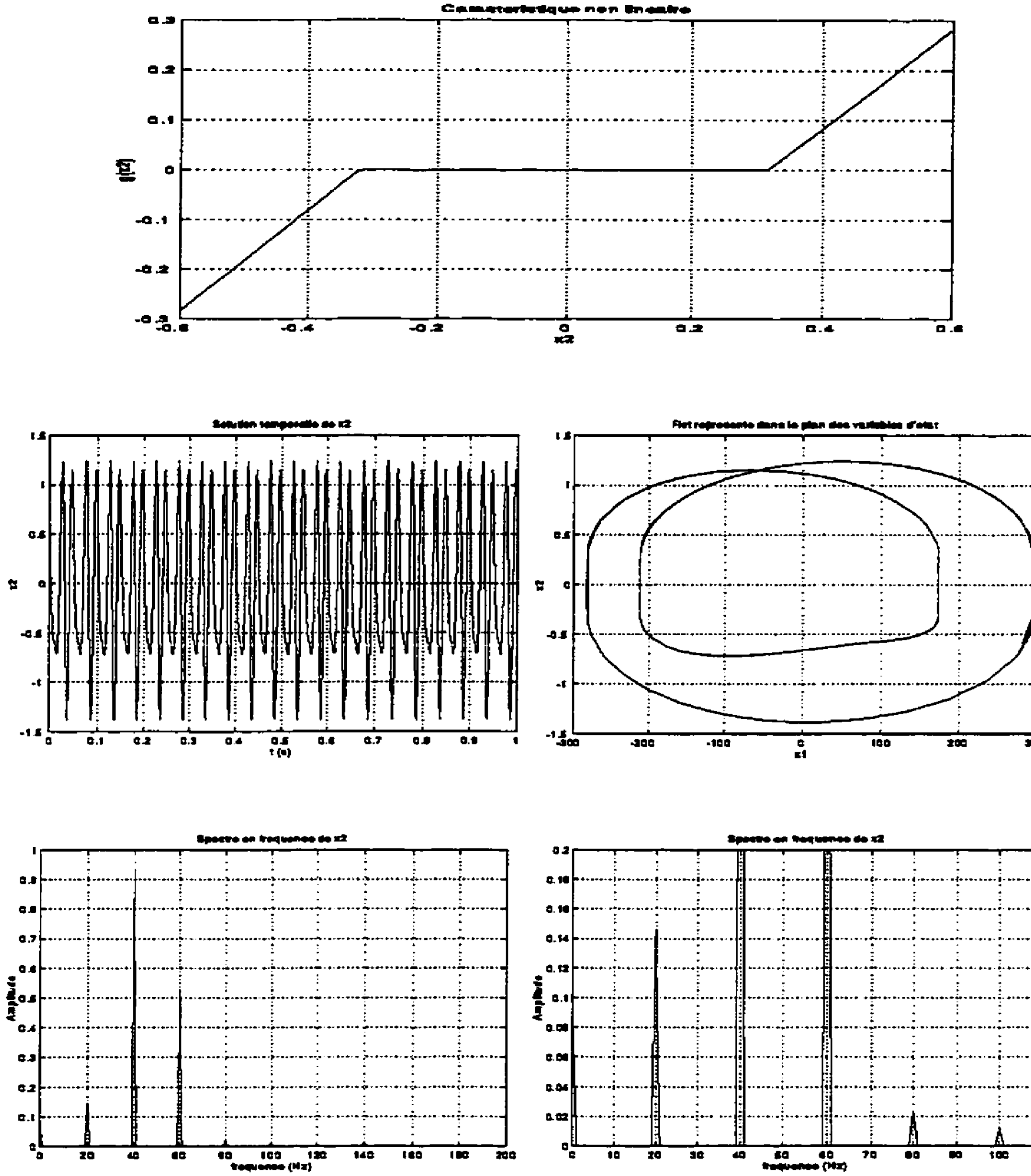


Figure 2.7 : Solution périodique sous-harmonique avec des composantes harmoniques paire
Le spectre en fréquence est mesuré sur une fenêtre temporelle de 1 seconde.

en contradiction avec le modèle par segments de droites. Par ailleurs, les caractéristiqu magnétiques sont soumises au phénomène d'hystérésis, ce qui n'est pas pris en considérati avec les modélisations décrites ci-dessus. Cependant, la modélisation par segments de droit *s'est avérée simple et efficace dans la mesure où elle permet de reproduire, par simulatic numériques, les mêmes résultats qualitatifs que l'on a observés expérimentalement à plusiei reprises.*

2.3.5 Solution quasi-périodique

Définition d'une solution quasi-périodique : une solution $x(t)$ est quasi-périodiq si elle est de la forme :

$$x(t) = h(f_1 t, f_2 t, ..., f_p t) \quad (2.$$

où h est 2π-périodique en chacune de ses variables et les fréquences so rationnellement indépendantes, c,est-à-dire que toute combinaison linéai $k_1 f_1 + k_2 f_2 + ... + k_p f_p = 0$ avec des entiers $k_1, ..., k_p$ est vérifiée uniquement poi $k_1 = k_2 = ... = k_p = 0$.

En raison de la non-périodicité, la trajectoire d'une solution quasi-périodique, s l'hyper tore, ne se referme jamais sur elle-même. Sa trajectoire est dense sur le tore qui est doı l'ensemble ω-limite de cette solution quasi-périoddique.

Le cas de ferrorésonance quasi-périodique présenté au chapitre I section §1.5 est repı ici afin de décrire les principales caractéristiques qualitatives des solutions quasi-périodique La caractéristique courant-flux du transformateur du compensateur statique est illustrée à figure 2.8. Sur cette même figure sont présentés : la solution temporelle, la trajectoire du fl dans un sous-ensemble de l'espace d'état et le spectre en fréquence de la solution. Les variabl d'état x_1 et x_2 sont respectivement la tension primaire phase B et la tension primaire phase aux bornes du transformateur du compensateur statique.

La solution temporelle montre une oscillation sous-synchrone près de 20 Hz qui e modulée à basse fréquence. Les deux raies spectrales, très rapprochées l'une de l'autre, de pa et d'autre de 20 Hz sont une conséquence de cette modulation. On retrouve aussi d'autr ensembles de raies aux fréquences multiples entiers de 20 Hz. Cette configuration du spect en fréquence, avec des raies latérales de part et d'autre des harmoniques de la fréquence de ba

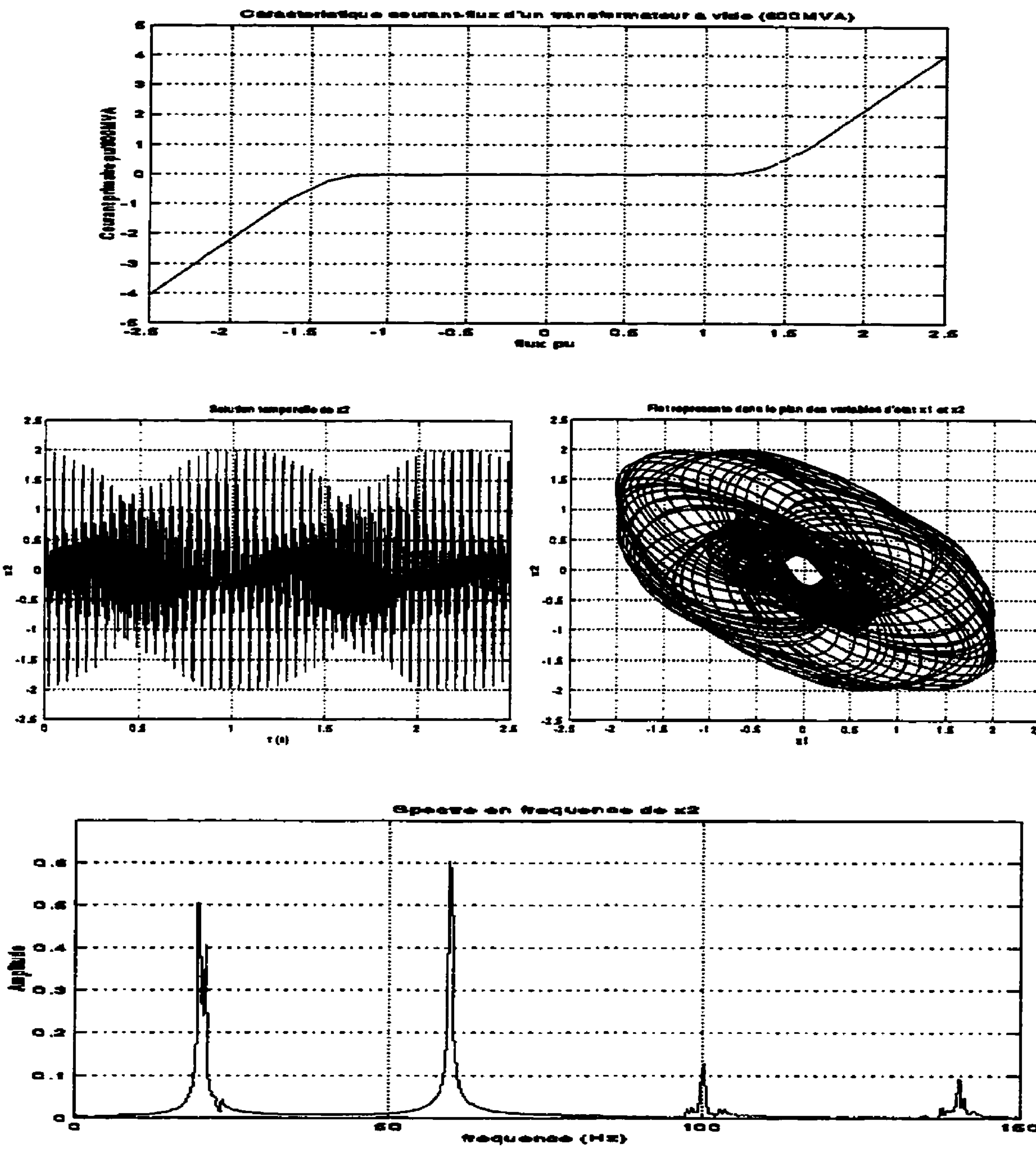


Figure 2.8 : Solution quasi-périodique. Le spectre en fréquence est mesuré sur une fenêtre temporelle de 2.5 secondes.

sous-synchrone (20 Hz dans ce cas-ci) différencie clairement cette solution quasi-périodiq par rapport à une solution périodique. Cependant, il est entendu que le spectre en fréquence e une notion relativement douteuse dans le cas quasi-périodique. Ce n'est qu'un moye d'observation qui dépend de la fenêtre temporelle.

La trajectoire du flot dans le sous-ensemble (x_1, x_2) de l'espace d'état montre clairement qu'elle ne se referme pas sur elle-même, du moins pour la durée de la simulation Par ce fait, il semble donc évident que la solution est quasi-périodique. Cependant, il est difficile d'affirmer à coup sûr, à partir de ce jugement qualitatif, qu'une solution est quasi périodique plutôt que périodique. En effet, si la période de la solution est très longue, plus longue que la durée d'observation, la solution sera qualifiée de quasi-périodique alors qu'en réalité elle est périodique. Toutefois, pour le cas étudié ici, la période d'observation est beaucoup plus longue que la période fondamentale, on peut donc se permettre de conclure même si ce n'est peut-être pas exact, que la solution est quasi-périodique.

2.3.6 Solution chaotique

À notre connaissance, il n'y a pas de définition officiellement reconnue d'une solution chaotique. Comme le mentionne Chua et Parker [76], d'un point du vue pratique une solution d'un système non autonome qui est ni périodique et ni quasi-périodique est dite chaotique. Plusieurs auteurs s'accordent cependant à reconnaître des caractéristiques propres à ces solutions.

Une solution chaotique se caractérise principalement par sa très grande sensibilité aux conditions initiales. Même une différence infime entre deux ensembles de conditions initiales conduira inévitablement à une différence qualitative entre la trajectoire des deux flots. Le comportement du flot est également caractérisé par son évolution, qui semble tout à fait aléatoire. Contrairement aux solutions périodiques et quasi-périodiques, la trajectoire du flot d'une solution chaotique n'est pas définie sur le tore. L'objet géométrique, très complexe du reste, défini dans l'espace d'état et vers lequel le flot tend en régime permanent est appelé un attracteur étrange. La dynamique du flot sur cet attracteur est complexe.

Le spectre en fréquence d'une solution chaotique contient des bandes dans lesquelles le spectre est continu. C'est-à-dire que toutes les fréquences sont présentes à l'intérieur de ces bandes. L'amplitude des raies peut cependant varier considérablement de l'une à l'autre. Il est fréquent d'observer des raies spectrales dominantes qui correspondent souvent à l'excitation des modes naturels d'oscillation du système. De plus, comme le comportement du flot est pratiquement aléatoire, son spectre en fréquence varie en fonction du temps. Une solution chaotique est présentée à l'exemple suivant.

Le système d'équations (2.8) est utilisé pour cet exemple. Les paramètres de ce systè sont : $k_1 = 1{,}000 \times 10^5$, $k_2 = 70$, $u = 100$, $\omega = 376{,}9911$ rd/s et $\Phi = 3{,}4558$ rd. l caractéristique non linéaire $g(x_2)$ est constituée des trois segments de droites illustrés à figure 2.9.

La solution temporelle de la variable d'état x_2 illustre clairement le comportem aléatoire du flot (figure 2.9). Ce comportement est davantage évident en observant l'attract étrange qui est défini par l'évolution du flot dans l'espace d'état. Bien que le comportement flot soit imprévisible et qu'il semble aléatoire il n'en demeure pas moins que la dynamique système s'inscrit à l'intérieur de cet objet et que le flot n'en ressort jamais. Cet ob géométrique est donc attractif et il peut être associé à l'ensemble ω-limite de la soluti chaotique. Le spectre en fréquence est continu sur la bande 0 Hz à 100 Hz avec une importa raie spectrale à 60 Hz qui est due à une résonance fondamentale.

Remarque 1 : nous avons observé plusieurs solutions chaotiques en faisant d expériences en laboratoire sur un circuit ayant des résonances sous-synchrones et hyp synchrones alimentant un transformateur triphasé à vide. Par rapport aux transformate monophasés, les transformateurs triphasés semblent beaucoup plus sensibles à ferrorésonance chaotique. Dans les transformateurs triphasés, les couplages magnétiqu entre les phases compliquent grandement leurs caractéristiques non linéaires. Ce caractéristique varie en fonction de la valeur des variables d'état et de leur dynamique, il n'e donc pas étonnant d'observer des solutions chaotiques pour ces transformateurs.

Remarque 2 : Dans les exemples précédents nous avons utilisé différent caractéristiques non linéaires pour mettre en évidence les solutions non linéaires. Nous avo vérifié, par simulations numériques et par des essais expérimentaux au laboratoire, qu'i même circuit avec une caractéristique non linéaire unique permet d'obtenir toutes c différentes solutions non linéaires en agissant sur l'amplitude de la tension d'alimentati plutôt qu'en modifiant la non-linéarité.

2.4 Application de Poincaré pour les systèmes non autonomes

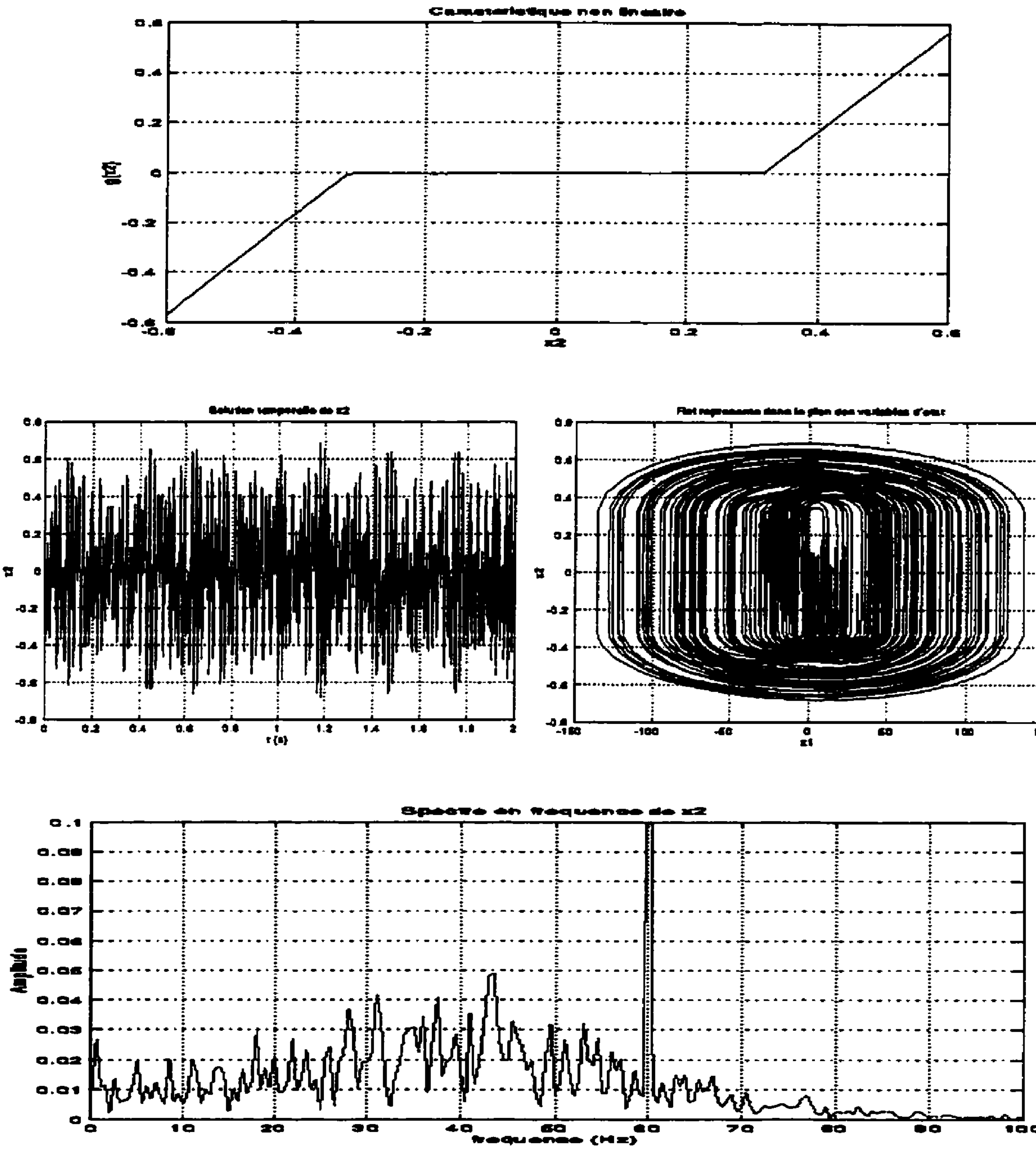


Figure 2.9 : Solution chaotique. Le spectre en fréquence est mesuré sur une fenêtre temporel
de 2 secondes.

L'application de Poincaré, du nom du mathématicien à l'origine de la théorie d
systèmes dynamiques, est une technique très utilisée pour analyser qualitativement l
solutions des systèmes dynamiques non linéaires. En outre, cette technique est particulièreme

intéressante pour l'étude de la ferrorésonance périodique. En effet, au chapitre suivant c présente une méthode, basée sur l'application de Poincaré, pour la recherche systématique d solutions périodiques particulières d'un système ferrorésonant.

L'application de Poincaré est une application discrète qui consiste à échantillonner flot d'un système dynamique à un instant prédéterminé. Comme les systèmes dynamiques no autonomes considérés ici sont périodiques de période T, l'instant d'échantillonnage est choi comme étant un multiple entier de T. Une utilisation répétée de l'application de Poincaré e équivalente à un échantillonnage à la fréquence fondamentale de la solution. La figure 2.3, q décrit l'évolution du flot d'une solution périodique, est utilisée pour donner une interprétatio géométrique de l'application de Poincaré. Sur cette figure, la trajectoire du flot décrit un révolution complète sur le tore à toutes les périodes T. La trajectoire du flot coupe donc le pla de phase à tous les instants nT, n étant un entier. Sur le plan de phase, les points qui son définis par l'intersection du flot avec le plan de phase sont le résultat de l'itération d l'application de Poincaré.

De façon générale, les points obtenus par l'itération de l'application de Poincaré e l'ensemble des points qui sont définis par l'intersection de la trajectoire du flot avec un pla transversal à cette trajectoire. Ce plan s'appelle la section de Poincaré. Étant donné que l système dynamique est périodique de période T, la trajectoire coupe la section de Poincar périodiquement avec une période T (figure 2.10). Sur cette dernière figure, x_0, qui repose dan la section de Poincaré, est la condition initiale du système dynamique au temps $t = t_0 = 0$, partir de cette condition initiale, le flot évolue avec une dynamique dictée par son systèm d'équations jusqu'à x_1 au temps $t = T$; x_1 repose également dans la section de Poincaré. D la même façon, le flot continue à évoluer jusqu'à x_2 au temps $t = 2T$. Pour ce systèm l'orbite de l'application de Poincaré est l'ensemble de points $\{x_0, x_1, x_2, ...\}$. Cett interprétation géométrique permet de saisir plus facilement la définition mathématique exac de l'application de Poincaré.

Définition de l'application de Poincaré : Soit l'hyper plan $\Sigma \in \Re^n \times S^1$ défini par

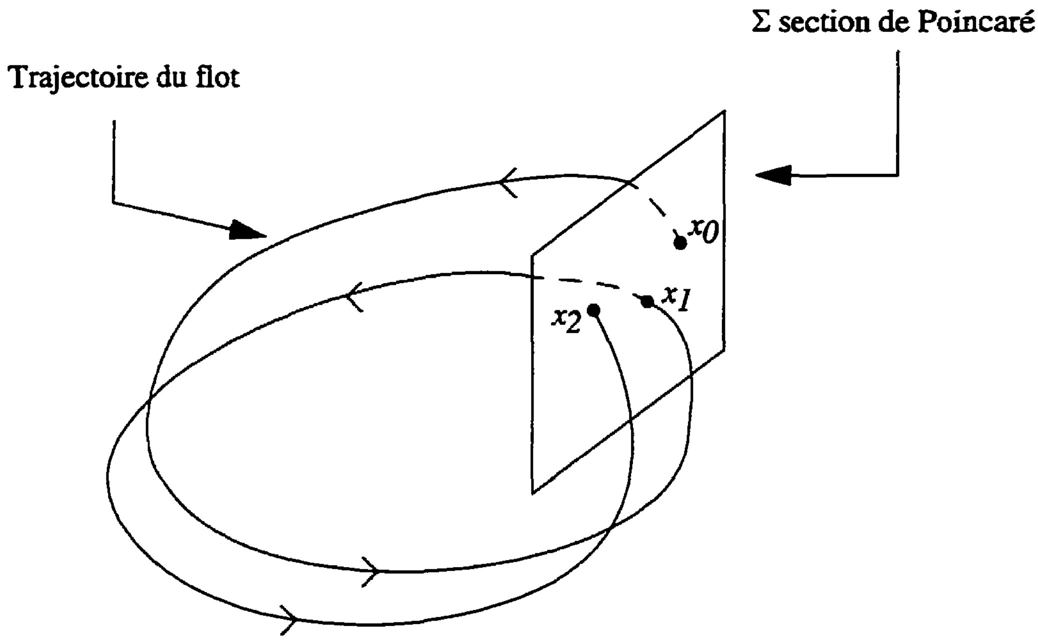


Figure 2.10 : Interprétation géométrique de l'application de Poincaré

$$\Sigma \equiv \{ (x, \theta) \in \Re^n x S^1 : \theta = \theta_0 \}$$ (2.:

Aux instants multiples entiers de T, le flot intercepte Σ. L'application de Poincaré définie par

$$P(x) \equiv \phi_{t_0 + T}(x, t_0)$$ (2.1

donne le point d'intersection du flot avec l'hyper plan Σ pour des conditions initiales au temps t_0.

Si cette opération est effectuée à tous les instants nT, n étant un entier, l'applicati de Poincaré est équivalente à l'échantillonnage de la solution à la fréquence fondamentale.

On définit également

$$P_n(x) \equiv \phi_{t_0 + nT}(x, t_0) \qquad (2.$$

qui donne le point d'intersection du flot avec l'hyper plan Σ à l'instant $t_0 + nT$, n ét
entier.

2.4.1 Relation entre l'application de Poincaré et les solutions périodiques

Selon le paragraphe §2.3.4, la trajectoire d'une solution périodique en régi
permanent évolue sur un hypercylindre et se reboucle sur elle-même. Si la solution est
période nT, la trajectoire effectue n révolutions sur le tore avant de se reboucler. Comme
section de Poincaré Σ doit couper le tore, la trajectoire intercepte donc Σ en n points distinc
L'itération successive de l'application de Poincaré redonne toujours les mêmes n points.
l'application P_n est appliquée successivement sur ce système, alors le résultat donne toujo
le même point. On appelle ce point, un point fixe de l'application de Poincaré.

Définition d'un point fixe : On définit x^* comme étant un point fixe de l'applicati
de Poincaré P si $x^* = P(x^*)$.

L'ensemble de points $\{x_1^*, ..., x_k^*\}$ est une orbite fermée de période K de P

$x_{k+1}^* = P(x_k^*)$ avec $k = 1, ..., K-1$ et $x_1^* = P(x_K^*)$.

Une solution périodique de période T, d'un système continu, correspond donc à
point fixe x^* de l'application de Poincaré $P(x^*)$.

Une solution sous-harmonique d'ordre K d'un système continu correspond à une orb
fermée de période K de l'application de Poincaré.

Par exemple, soit la solution périodique de période $3T$ dont la trajectoire du flot e illustrée à la figure 2.11. Pour ce système $P(x_0) = x_1$, $P(x_1) = x_2$ et $P(x_2) = x$ L'ensemble des points $\{x_0, x_1, x_2\}$ est sur une orbite fermée de période 3 de P. l'application P est appliquée indéfiniment, on retrouve toujours la même succession de poir : $\{x_0, x_1, x_2, x_0, x_1, x_2, x_0, x_1, x_2, ...\}$. Si l'application P_3 est utilisée plutôt que P, alo $P_3(x_0) = x_0$ et x_0 est un point fixe de l'application P_3.

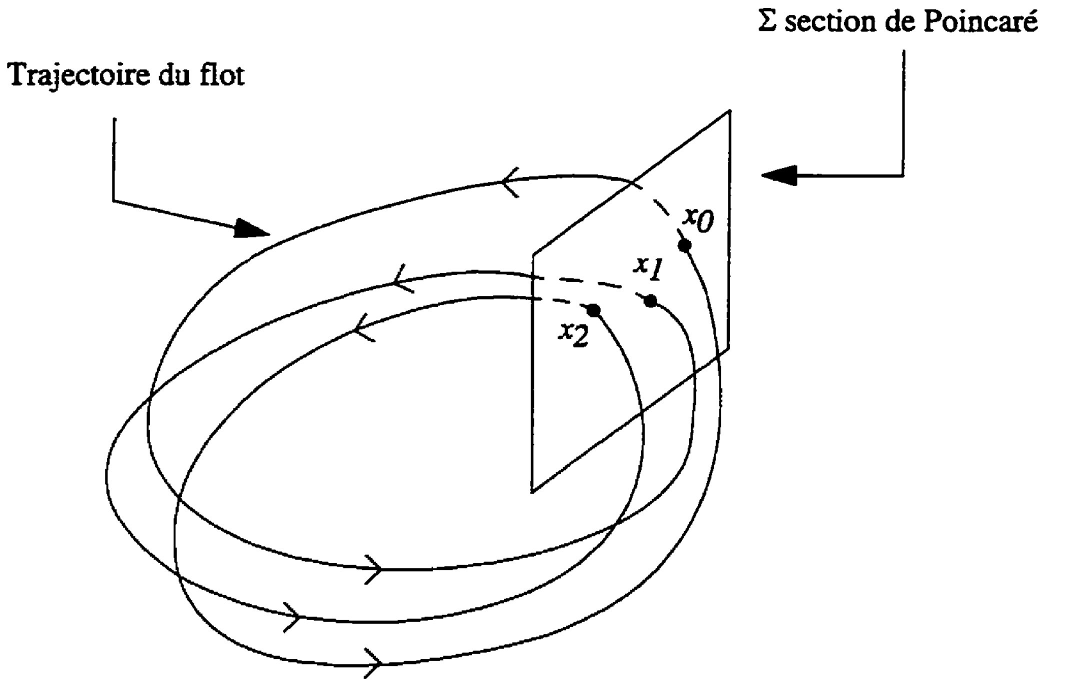


Figure 2.11 : Application de Poincaré d'une solution sous-harmonique 3

L'application de Poincaré d'une solution périodique donne donc une orbite fermée c période n si la solution périodique est de période nT et donne un point fixe de l'applicatio P_n. Les points fixes sont donc des ensembles ω-limite de l'application de Poincaré de solutions périodiques.

L'application de Poincaré est un outil très efficace pour déterminer la période d'une solution ferrorésonante périodique. En effet, il suffit d'échantillonner à la fréquence fondamentale les variables d'état du système et de les tracer dans le plan de phase ou dans un sous-ensemble de ce dernier pour obtenir l'orbite de l'application de Poincaré. Puisque la solution est périodique, cette orbite sera constituée d'un nombre fini de points. Le nombre de points indique la période de l'orbite de l'application de Poincaré et par le fait même la période de la solution temporelle. Cette méthode est théoriquement juste et elle est très élégante, car elle ne nécessite aucun calcul, mis à part le décompte du nombre de points.

Cette méthode a été utilisée pour calculer la période de la solution ferrorésonante fondamentale de la section §2.3.4.1. La trajectoire dans le plan de la variable d'état x et l'orbite de l'application de Poincaré sont illustrées à la figure 2.12-a). Puisque cette orbite ne contient qu'un seul point, la période de cette solution ferrorésonante est $1xT = T$.

Sur la figure 2.12-b) sont illustrés le plan de phase et l'application de Poincaré de la solution ferrorésonante sous-harmonique 5. Cinq points sont présents sur l'application de Poincaré, ce qui indique que la période de la solution ferrorésonante est cinq fois supérieure à la période fondamentale.

2.4.2 Relation entre l'application de Poincaré et les solutions quasi-périodiques

La trajectoire est dense sur le tore. Si une section de Poincaré coupe ce tore, les points définis par les intersections de la trajectoire avec la section de Poincaré sont distincts. L'ensemble de ces points est dense sur la courbe obtenue en coupant le tore par la section de Poincaré. Puisqu'on a densité, visiblement cet ensemble qui est l'orbite de l'application de Poincaré apparaît comme une courbe fermée. Cette courbe est l'ensemble ω-limite de l'application de Poincaré de la solution quasi-périodique.

Considérons la solution ferrorésonante quasi-périodique décrite à la section §2.3.5. La trajectoire dans le plan de la variable d'état x et l'orbite de l'application de Poincaré sont présentés à la figure 2.12-c). On constate que cette orbite apparaît comme une courbe fermée, ce qui nous permet de conclure que la solution est quasi-périodique (à moins qu'elle soit d'une période très longue).

Encore une fois, aucun calcul n'est nécessaire pour identifier la nature de la soluti ferrorésonante. L'analyse qualitative du plan de phase de l'application de Poincaré permet conclure avec certitude sur non-périodicité de cette solution.

2.4.3 Relation entre l'application de Poincaré et les solutions chaotiques

La trajectoire du flot d'une solution chaotique n'évolue pas sur un objet géométriq régulier. Les points définis par l'intersection de la trajectoire du flot avec la section de Poinc décrivent donc un objet irrégulier dans le plan de Poincaré. Cet objet porte le nom d'attracte étrange de l'application de Poincaré (le lecteur est invité à consulter Wiggins [87] pour u description plus rigoureuse des attracteurs étranges). L'attracteur étrange est l'ensemble limite de l'application de Poincaré.

La figure 2.12-d) illustre le plan de phase et l'attracteur étrange de l'application Poincaré de la solution chaotique de la section §2.3.6. Les attracteurs étranges de l'applicati de Poincaré se caractérisent principalement par une succession de couches laminaires q semblent se répéter indéfiniment à mesure que la fenêtre d'observation est focalisée sur d petites sections de l'attracteur.

L'application de Poincaré d'une solution ferrorésonante permet de détermin exactement, sans faire de calcul, si cette solution est périodique, quasi-périodique (mis à p le problème de la période longue) ou chaotique. Ces trois types de ferrorésonance ont leu propres signatures dans la section de Poincaré. Des points fixes de l'application de Poinca indiquent une solution périodique, un ensemble ayant l'apparence d'une courbe ferm correspond à une solution quasi-périodique alors qu'un attracteur étrange est associé à u solution chaotique. Cette méthode est donc un outil de prédilection pour l'étude qualitative la ferrorésonance.

2.5 Stabilité des solutions périodiques

La ferrorésonance qui est observable sur un système physique est forcément stabl sinon elle ne persisterait pas suffisamment longtemps pour être observée. Cependa mathématiquement, les solutions d'un système dynamique non linéaire peuvent aussi bien êt stables qu'instables. Il est donc nécessaire de se doter d'outils mathématiques permettant

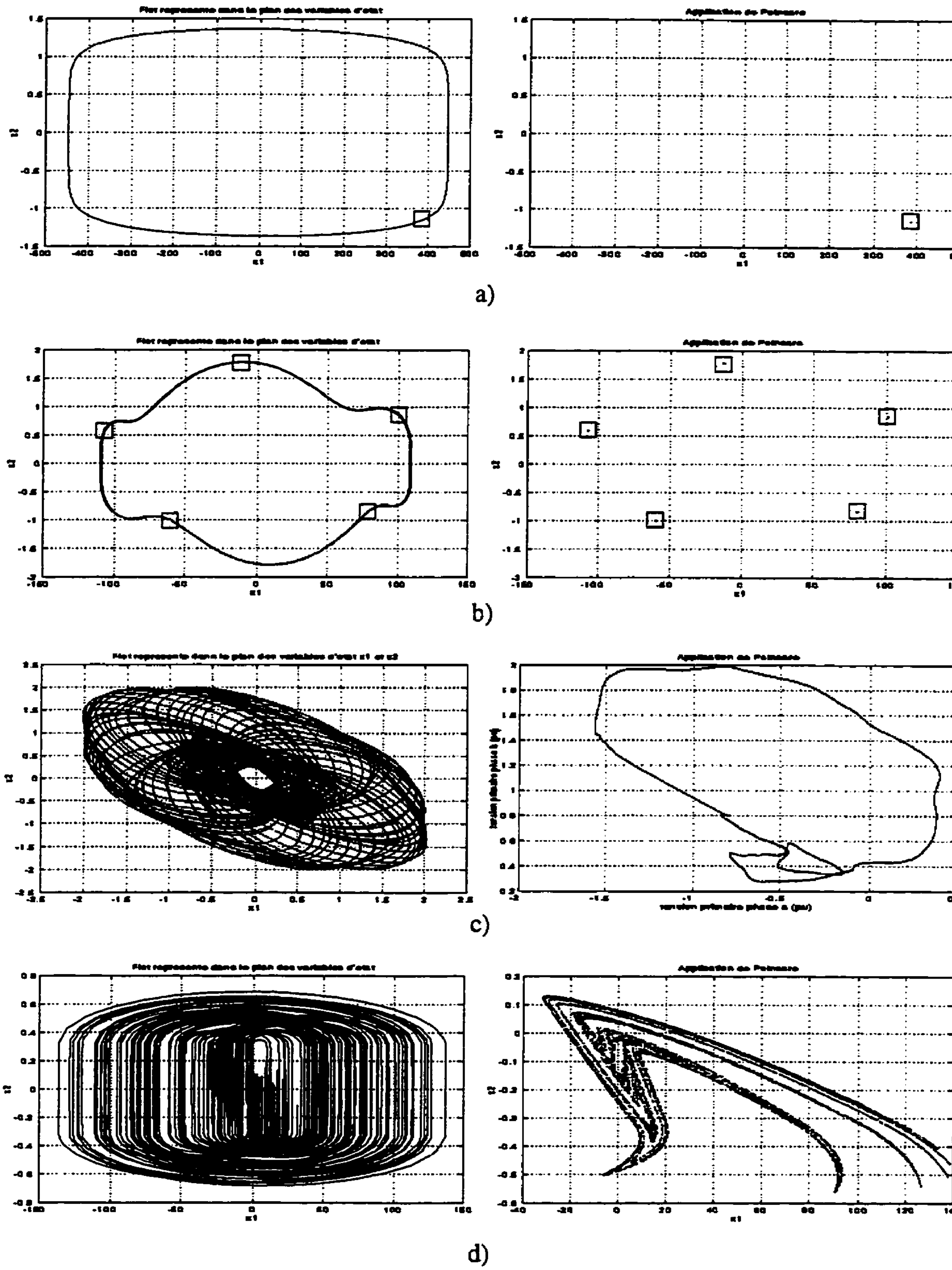


Figure 2.12 : Plans de phases et applications de Poincaré des solutions ferrorésonantes a) fondamentale, b) sous-harmonique 5, c) quasi-périodique et d) chaotique

déterminer la stabilité de ces solutions. Ce paragraphe présente le concept de stabilité d
solutions périodiques.

Une solution périodique correspond à un point fixe de l'application de Poincaré. Si solution périodique est stable, le point fixe est également stable. À l'inverse, si la soluti périodique est instable, le point fixe l'est aussi. Pour déterminer la stabilité d'une soluti périodique, il suffit donc de déterminer la stabilité du point fixe qui lui est associé.

Pour déterminer la stabilité d'un point fixe x^*, il est nécessaire d'étudier la dynamiq de l'application de Poincaré linéarisée au voisinage de ce point fixe, c'est-à-dire la dynamiq du système linéaire donné par l'équation (2.13).

$$\delta x_{k+1} = DP(x^*)\,\delta_k \qquad (2.1$$

Cette équation décrit l'évolution d'une perturbation δ_0 au voisinage de x^*. Le poi fixe est stable si $\delta_k \to 0$ lorsque $k \to \infty$. Si δ_k ne tend pas vers 0 lorsque $k \to \infty$ alors le poi fixe est dit instable.

Ce sont les valeurs propres de la matrice $DP(x^*)$ évaluées au point fixe q déterminent la stabilité de ce dernier. Ces valeurs propres portent aussi le nom c multiplicateurs de Floquet. Si le système d'équations compte n variables d'état, alors $DP(x^*$ admet n valeurs propres $\lambda_1, ..., \lambda_n$ avec $\lambda_i \in C$, ou C est l'ensemble des nombres complexe On peut démonter facilement que le point fixe est stable si les multiplicateurs de Floquet so tous de modules inférieurs 1. Si au moins un multiplicateur de Floquet est de module supérie à 1 alors le point fixe est instable. Dans ce dernier cas la moindre perturbation δ_0 au voisinag de x^* a pour conséquence, qu'en général, l'orbite de P ne revient jamais sur x^*.

Un point fixe pour lequel les multiplicateurs de Floquet sont tous de module différe de 1 est dit un point fixe hyperbolique. Si au moins un multiplicateur de Floquet est sitı exactement sur le cercle unitaire, alors le point fixe est dit non-hyperbolique et on ne peut rie conclure sur sa stabilité [76,87].

La stabilité des solutions ferrorésonantes quasi-périodiques et chaotiques peut déterminer avec les exposants de Lyapunov. Ces derniers sont une généralisation d multiplicateurs de Floquet. Dans le cadre de cette thèse, nous nous contentons de mentionn leur existence pour le calcul de la stabilité des solutions des systèmes dynamiques. Le lecte s'intéressant davantage à l'étude de la stabilité peut se référer à [76,87,88].

2.6 Bifurcations

Dans l'étude de la ferrorésonance, il est souvent intéressant d'étudier l'influence d'ı paramètre sur la solution en régime permanent du système ferrorésonant. Ce paramètre por le nom de paramètre de bifurcation. Typiquement, un changement mineur de ce paramèt cause un changement mineur de la solution. Toutefois, il survient des cas où un changeme mineur du paramètre cause un changement qualitatif majeur de la solution. Un tel changeme est appelé une bifurcation. La valeur du paramètre pour lequel ce changement survient est uı valeur de bifurcation. On entend par changement qualitatif majeur soit le changement (stabilité de la solution, soit l'apparition ou la création d'une autre solution en régim permanent.

De nombreux types de bifurcations sont répertoriés, la littérature est riche à ce suje Dans [20], Kieny applique la théorie des bifurcations à l'étude de la ferrorésonance, l différents types de bifurcations sont présentés et discutés. Bien qu'intéressante, l'étude d caractéristiques de chacune de ces bifurcations n'est pas directement pertinente pour la suite (nos travaux. Pour cette raison nous n'en discuterons pas davantage. Il est beaucoup plu intéressant pour nous de déterminer les zones d'existences des régimes ferrorésonants. L diagrammes de bifurcations sont utilisés à cette fin (chapitre III).

2.7 Conclusion

Les concepts mathématiques associés à la théorie des systèmes dynamiques nécessaire à notre étude de la ferrorésonance dans les réseaux compensés série sont présentés dans c chapitre.

Tous les cas possibles de ferrorésonance sont illustrés. Les caractéristiques qualitative de leurs solutions en régime permanent sont présentées et discutées.

Trois approches sont possibles pour analyser ces solutions :

1- analyse des formes d'ondes temporelles et dans le plan de phase

2- analyse dans le domaine de la fréquence

3- analyse de la section de Poincaré.

L'analyse temporelle est rarement significative. En effet, les formes d'onde d solutions non linéaires sont souvent si déformées par la présence d'harmoniques qu'il devie pratiquement impossible d'en extraire une information utile. Dans le plan de phase, l solutions périodiques sont facilement identifiables, car elles décrivent une courbe ferm Cependant il devient très difficile de différencier, à partir du plan de phase, les solutions qua périodiques des solutions chaotiques. Étant donné que ces deux types de solutions sont no périodiques, leurs plans de phase respectifs ont tendance à devenir denses, ce qui les re indéchiffrables.

L'analyse fréquentielle permet d'identifier si les solutions sont périodiques, qua périodiques ou chaotiques. Toutefois, elle nécessite le calcul de leurs spectres en fréquenc Bien que cette méthode apporte des résultats quantitatifs, comme l'amplitude des différent composantes harmoniques par exemple, elle ne renseigne en rien sur le comportement glob de la dynamique de la solution.

Au niveau conceptuel, l'application de Poincaré s'est avérée être un outil fondament pour l'étude des solutions non linéaires. L'examen de la section de Poincaré renseigne sur dynamique de la solution sur le tore, pour les solutions périodiques et quasi-périodiques. D plus, avec cette technique, les solutions périodiques, quasi-périodiques et chaotiques peuve être identifiées à un des trois objets suivants dans la section de Poincaré : un point, une courb fermée et un attracteur étrange. Une solution périodique correspond à un point, une soluti quasi-périodique est associée à une courbe fermée alors qu'une solution chaotique est identifi à un attracteur étrange. Dans le cas des systèmes dynamiques non autonomes, comme ferrorésonance, l'application de Poincaré est d'autant plus intéressante et élégante, car elle n nécessite aucun calcul. Il suffit juste d'échantillonner la solution non linéaire à la fréquence l'excitation (60 Hz dans notre cas) et de tracer les résultats dans le plan de phase de Poincar L'analyse qualitative des résultats renseigne immédiatement sur la nature de la solution.

À partir des concepts mathématiques présentés dans ce chapitre, des métho numériques permettant d'analyser quantitativement la ferrorésonance sont présentées chapitre suivant.

Chapitre III

Méthodes numériques pour calculer les régimes ferrorésonants

Le chapitre précédent traitait du comportement qualitatif des solutions des systèm dynamiques en régime permanent. En outre, nous avons démontré qu'un même systè d'équations peut admettre différentes solutions. Par exemple, pour un circuit électrique q modélise un réseau qui alimente un transformateur de compensateur statique, il y a la soluti normale, qui correspond au fonctionnement linéaire du transformateur et il peut y avoir, so certaines conditions, des solutions ferrorésonantes. Alors que la solution normale peut calculer explicitement, avec l'exponentielle de matrice par exemple, il n'existe aucu méthode générale pour calculer analytiquement les solutions ferrorésonantes. Il est do nécessaire de recourir à des méthodes numériques pour calculer ces dernières.

Le calcul du flot d'un système dynamique est présenté au paragraphe §3.1. De méthodes sont proposées au paragraphe §3.2 pour rechercher systématiquement les régim permanents périodiques : la méthode de Galerkine et la recherche d'un point fixe l'application de Poincaré. On démontre également comment calculer la stabilité du point fi donc de la solution périodique. La méthode de continuation par pseudo-longueur d'arc, qui utilisée pour suivre l'évolution d'une solution en fonction de la variation d'un paramètre, décrite en détail à la section §3.3. Un exemple d'application de ces méthodes est présenté paragraphe §3.4.

Remarque : La majorité des méthodes numériques présentées dans ce chapitre trouve dans [81] et [76].

3.1 Méthodes de simulations numériques

A notre connaissance, la seule approche générale qui permet de calculer le flot d' système dynamique à un instant quelconque est la simulation numérique. Pour connaître l'é du système à un instant t quelconque, c'est-à-dire $\phi_t(x_0, t_0)$, sachant qu'à $t = t_0$ l'état système est x_0, il est nécessaire de simuler ce système à partir de t_0 jusqu'à t. Les méthoc de Runge-Kutta et de Gear, pour ne mentionner que celles-ci, peuvent être utilisées à cette f Les algorithmes de ces deux méthodes sont présentés, entre autres, dans [76].

À partir de conditions initiales données, ces méthodes calculent pas à pas l'état système dans le temps. Elles offrent les avantages d'être faciles d'utilisation et de donr aproximativement la solution complète du système (régime transitoire et permanent). En out elles permettent de calculer tous les types de solutions possibles, allant des solutio stationnaires aux solutions chaotiques. Cependant, les temps de calculs sont souvent longs. l particulier, pour avoir un aperçu général des différentes solutions qui peuvent exister pour système donné, il est nécessaire d'effectuer une grande quantité de simulations avec d conditions initiales différentes. Ce travail prend un temps considérable.

3.2 Recherche des régimes permanents périodiques

Deux principaux problèmes se posent lors de l'étude des solutions ferrorésonantes d systèmes dynamiques. Le premier est de savoir si le système d'équations admet plusieu solutions. Il peut arriver qu'il y en ait une seule, la solution normale, comme il peut y en avo plusieurs. Dans ce dernier cas, est-ce que ces solutions sont périodiques, quasi-périodiques o chaotiques? Dans le cas des solutions périodiques, est-ce qu'elles sont de période fondamenta ou sous-harmonique? Si elles sont sous-harmoniques, est-ce des sous-harmoniques 2, 3, 4, . À priori, il n'existe aucune méthode permettant de déterminer si un système d'équations adm plusieurs solutions. C'est donc un problème majeur que de répondre à toutes ces questions cela nécessite souvent un temps considérable en simulation numérique. Au cinquième chapit nous proposons une méthode originale, basée sur une interprétation physique de ferrorésonance, qui nous permet d'orienter rapidement nos recherches vers des soluti spécifiques.

Le second problème concerne le calcul de ces solutions. La simulation numéric fonctionne dans tous les cas, mais elle est lente et ne permet pas de recherch systématiquement des solutions particulières. Toutefois, elle est souvent la seule méthode po rechercher des solutions chaotiques et quasi-périodiques. Pour les solutions périodiques existe des méthodes numériques parfois rapides et efficaces pour trouver les régim permanents des équations différentielles sans avoir à solutionner tout le régime transitoire. C méthodes consistent essentiellement à trouver les conditions initiales du régime permanent. plus, elles permettent de chercher des solutions périodiques spécifiques. Parmi ces méthod on retrouve la méthode de Galerkine et la méthode de recherche d'un point fixe de l'applicati de Poincaré, qui sont présentées aux paragraphes suivants.

3.2.1 Méthode de Galerkine

Cette méthode est largement utilisée pour étudier la ferrorésonance périodique dans l systèmes simples où il n'y a qu'un seul élément non linéaire. Dans [16] A. Sbai et C. Kie donnent une description détaillée de cette méthode avec plusieurs exemples d'applicatio Dans ce paragraphe, nous en présentons uniquement le principe à l'aide d'un exemple.

La méthode de Galerkine consiste à imposer une solution analytique à une équati différentielle non linéaire. Les paramètres de cette équation sont identifiés de façon à minimis l'erreur associée à cette solution.

Par exemple, soit le circuit illustré à la figure 3.1. L'élément non linéaire est u

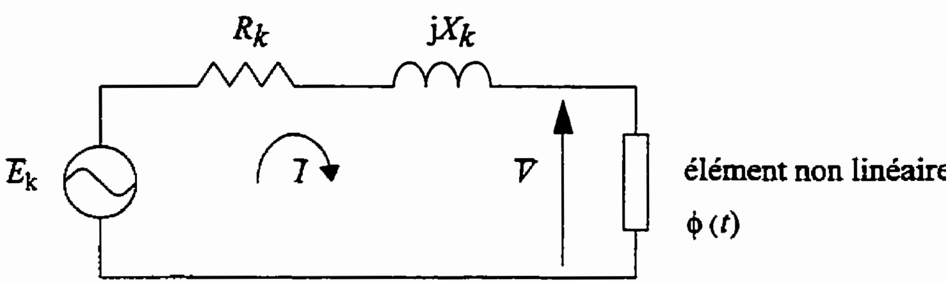


Figure 3.1 : Circuit pour la méthode de Galerkine

inductance ou un transformateur à vide. À cet élément est associé le flux magnétique $\phi(t)$ q l'on désire calculer. On impose que le flux magnétique instantané soit donné par la série Fourier troncquée:

$$\phi(t) = \phi_0 + \sum_{k=1}^{n} \left(\phi_{kc}\cos(k\omega t) + \phi_{ks}\sin(k\omega t)\right) \quad (3$$

où ϕ_0, ϕ_{kc} et ϕ_{ks} sont les coefficients à déterminer. Dans cette équation, ω est la p petite fréquence angulaire de la solution et n est le nombre d'harmoniques que l'on impose à solution. ω peut être une fréquence sous harmonique de celle de l'excitation.

La tension instantanée aux bornes de l'élément non linéaire est :

$$v(t) = \frac{d\phi}{dt} = \sum_{k=1}^{n} \left(-k\omega\phi_{kc}\sin(k\omega t) + k\omega\phi_{ks}\cos(k\omega t)\right) \quad (3$$

Les autres éléments du circuit sont la résistance R_k et la réactance X_k de l'impédan Thévenin du réseau linéaire vu de l'élément non linéaire pour l'harmonique k et le phaseur de la source de tension Thévenin pour l'harmonique k. Généralement $\bar{E}_k$ est nul sauf pour k correspondant à la fréquence de l'excitation. Le courant instantané circulant dans ce circuit lié au flux par la caractéristique magnétique de l'élément non linéaire :

$$i(t) = g(\phi(t)) \quad (3$$

On peut démontrer que la tension instantanée aux bornes de l'élément non linéaire également reliée au phaseur tension $\bar{V}$, au phaseur courant $\bar{I}$ et à l'impédance du réseau linéa par la relation :

$$v(t) = Re\{\bar{V}e^{j\omega t}\} = E_{kc}\cos(k\omega t) + E_{ks}\sin(k\omega t) - R_k I_{kc}\cos(k\omega t) +$$
$$R_k I_{ks}\sin(k\omega t) + X_k I_{kc}\sin(k\omega t) + X_k I_{ks}\cos(k\omega t) \quad (3.$$

Dans cette dernière équation E_{kc} et E_{ks} sont respectivement les composantes cosinus et en sinus du phaseur de la source de tension pour l'harmonique k, et I_{kc} et I_{ks} sc les composantes en cosinus et en sinus du phaseur courant I. On peut démontrer que :

$I_{kc} = i_{kc}$ et $I_{ks} = -i_{ks}$ avec

$$i_{kc} = \frac{\omega}{\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} g(\phi)\cos(k\omega t)\,dt, \qquad i_{ks} = \frac{\omega}{\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} g(\phi)\sin(k\omega t)\,dt \qquad (3.$$

i_{kc} et i_{ks} sont les composantes en cosinus et en sinus du courant réel dans l'éléme non linéaire.

De (3.2), (3.3), (3.4) et (3.5) on déduit que :

$$k\omega\phi_{ks} + R_k i_{kc} + X_k i_{ks} - E_{kc} = Err_{kc}$$

$$k\omega\phi_{kc} - R_k i_{ks} + X_k i_{kc} + E_{ks} = Err_{ks} \qquad (3.$$

Ce système de $2n$ équations à $2n$ inconnues, ϕ_{kc} et ϕ_{ks}, peut être résolu avec ur méthode d'optimisation non linéaire pour minimiser la somme des carrés des erreurs *Err*. I flux ϕ_0 est considéré comme étant nul.

Nous avons programmé la méthode de Galerkine dans l'environnement du code c calcul MATLAB version 4.2c. Cette méthode donne satisfaction. Cependant, elle ne demeu qu'approximative, car la série de Fourier est tronquée à l'ordre *n*. Par ailleurs, il est souve nécessaire de prendre *n* assez grand (plus de 11) pour tenir compte des harmoniques à haut fréquences. Ces harmoniques ne peuvent pas être négligées, car elles présentent souvent d amplitudes élevées correspondant aux résonances avec les modes hyper-synchrones nature du système. En raison du nombre élevé d'harmoniques, la résolution de (3.6) est généraleme assez longue. De plus, le nombre d'inconnues étant proportionnel au nombre d'harmonique il survient un problème considérable lors du choix des conditions initiales pour initialiser méthode d'optimisation. À notre avis, ces problèmes restreignent l'utilisation de la méthode Galerkine à des systèmes relativement simples, dont le contenu spectral de la solution est as limité. Une autre contrainte associée à cette méthode est la difficulté d'évaluer la stabilité de solution. Certaines méthodes existent pour des systèmes simples, mais elles ne sont générales.

Au prochain paragraphe, nous présentons la méthode de recherche d'un point fixe l'application de Poincaré pour localiser les solutions périodiques.

3.2.2 Recherche d'un point fixe de l'application de Poincaré

Au chapitre précédent, nous avons démontré qu'une solution périodique est un po fixe de son application de Poincaré. Pour chercher une solution périodique de période kT d' système dynamique il suffit donc de chercher un point fixe de l'application de Poincaré P_k. valeur de ce point fixe, s'il existe, est l'état du régime permanent du système d'équatio Comme discuté à la section §3.2, rien ne garantit l'existence de ce point fixe.

Soit le système dynamique non autonome suivant :

$$\dot{x} = f(x, t) \quad (3.$$

Ce système peut modéliser un circuit électrique ferrorésonant. On dit que x^* est point fixe de l'application de Poincaré P_k si

$$x^* = P_k(x^*) \quad (3.$$

La formulation générale pour trouver un point fixe x de P_k peut donc s'énoncer comm suit : soit à trouver x tel qu'il vérifie l'équation suivante :

$$F(x) = x - P_k(x) = 0 \quad (3.$$

Une méthode numérique de recherche des racines d'une équation peut être utilisée po trouver x qui vérifie $F(x) = 0$. L'évaluation de la fonction $F(x)$ nécessite le calcul

l'application de Poincaré, il faut donc simuler (3.7) sur une période kT, avec x comme condit
initiale.

En pratique la méthode de Newton est largement utilisée pour solutionner (3.9). Ce
méthode est l'application :

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \left(D_x F(x^{(k)})\right)^{-1} F(x^{(k)}) \tag*{(3.}$$

où $D_x F$ est calculé comme suit :

$$D_x F(x) = D_x x - D_x P_k(x) = (I - D_x P_k)\ (x) \tag*{(3.}$$

où I est la matrice identité.

Calcul de $D_x P_k(x)$:

Par définition de l'application de Poincaré

$$P_k(x) \equiv \phi_{kT}(x, t_0) \tag*{(3.}$$

En dérivant $P_k(x)$, on obtient :

$$D_x P_k(x) = D_x \phi_{kT}(x, t_0) \tag*{(3.}$$

Par définition on a :

$$D_{x_0} \phi_t(x_0, t_0) \equiv \Phi_t(x_0, t_0) \tag*{(3.}$$

où $\Phi_t(x_0, t_0)$ est la solution de l'équation variationnelle (section §3.2.2.1).

On obtient ainsi

$$D_x P_k(x) = \Phi_{kT}(x, t_0) \qquad (3.1$$

Cela constitue la solution de l'équation variationnelle à $t = t_0 + kT$. Pour calculer $D_x P_k($
il est donc nécessaire de simuler l'équation variationnelle sur une période kT en même tem
que l'on calcule l'application de Poincaré.

3.2.2.1 Définition de l'équation variationnelle

L'équation variationnelle est définie explicitement dans [76]; elle est repri
intégralement ici pour plus de clarté pour le lecteur.

Soit $\dot{x} = f(x, t)$ avec $x(t_0) = x_0$.

La solution de ce système est le flot $\phi_t(x_0, t_0)$:

$$\dot{\phi}_t(x_0, t_0) = f(\phi_t((x_0, t_0), t)), \ \phi_{t0}(x_0, t_0) = x_0 \qquad (3.1$$

En dérivant (3.16) par rapport à x_0 on obtient :

$$D_{x0}\dot{\phi}_t(x_0, t_0) = D_x f(\phi_t(x_0, t_0), t) D_{x0}\phi_t(x_0, t_0), \ D_{x0}\phi_{t0}(x_0, t_0) = I \qquad (3.1$$

On définit $\Phi_t(x_0, t_0) \equiv D_{x0}\phi_t(x_0, t_0)$; l'équation (3.17) devient donc :

$$\dot{\Phi}_t(x_0, t_0) = D_x f(\phi_t(x_0, t_0), t) \Phi_t(x_0, t_0), \ \Phi_{t0}(x_0, t_0) = I \qquad (3.1$$

Cette dernière équation est l'équation variationnelle. Elle forme un système d'équatio
différentielles, elle est de dimension nxn et sa condition initiale est la matrice identité.

À chaque itération de la méthode de Newton, il faut simuler simultanément les
équations de (3.7), pour calculer l'application de Poincaré, ainsi que les n^2 équations d
l'équation variationnelle pour calculer $D_x F$. Si n devient grand, il devient pratiqueme

irréalisable de calculer D_XF de cette façon. Dans ce dernier cas, il faut utiliser les dérivé numériques de F.

La méthode de Newton est généralement performante à condition de lui fournir u bonne approximation initiale du point fixe. Malheureusement, ce problème est assez difficil En pratique, il est souvent nécessaire d'effectuer quelques simulations numériques af d'orienter le flot vers la solution périodique. Une autre limitation de la méthode de Newton e associée à l'imprécision de l'évaluation de F causée par la simulation numérique. Dans certai cas, cette imprécision compromet la convergence de la méthode de Newton (ce problème e discuté plus en détail à la section §3.3.4). Le paragraphe suivant traite de l'évaluation de stabilité du point fixe calculé avec la méthode de Newton.

3.2.3 Calcul de la stabilité des régimes permanents périodiques

La stabilité des points fixes de l'application de Poincaré P_k, donc des solutions k périodiques, est déterminée par leurs multiplicateurs de Floquet. On peut démontrer facileme que ces multiplicateurs sont les valeurs propres de $\Phi_{kT}(x_0, t_0)$. Comme $\Phi_{kT}(x_0, t_0)$ e utilisé dans la méthode de Newton, il suffit de calculer ses valeurs propres pour déterminer le point fixe sur lequel la méthode de Newton a convergé est stable ou instable.

Au prochain paragraphe, on démontre comment on peut suivre l'évolution d'un poi fixe d'une solution périodique en fonction de la variation d'un paramètre du systèm d'équations.

3.3 Méthodes de continuation des solutions

3.3.1 Généralités

On a vu qu'on pouvait calculer le régime permanent d'une solution périodique e recherchant un point fixe de son application de Poincaré ou en utilisant la méthode Galerkin Il peut être intéressant de suivre l'évolution de ce point fixe (de la solution périodique) e fonction de la variation d'un ou de plusieurs paramètres dans le système d'équation (paramètres de bifurcations). Cette étude permet, en particulier, de déterminer les zone d'existence des solutions en régime permanent en fonction de la valeur du ou des paramèt de bifurcation.

Pour la ferrorésonance, l'intérêt de cette étude paramétrique est évident. En effet, e permet de déterminer les zones d'existence des régimes ferrorésonants en fonction de différe paramètres comme par exemple la charge du réseau, la fréquence des modes natur d'oscillation, les paramètres du transformateur d'un compensateur statique, etc...

Si pour chaque valeur du paramètre, un point de la solution en régime permanent relevé, comme par exemple l'amplitude maximale d'une des variables d'état calculée sur u période, et que l'on trace ces points en fonction du paramètre de bifurcation, on obtient qu'on appelle un diagramme de bifurcation. La succession de ces points définit une branche bifurcation. Un diagramme de bifurcation peut être composé de plusieurs branches. diagramme renseigne sur la zone d'existence des solutions.

Exemple : Prenons le cas d'un réseau qui alimente un compensateur statique antenne au bout d'une ligne compensée série. Supposons que pour ce réseau particulier sache qu'il existe au moins deux solutions possibles en régime permanent : la solution norma et une solution ferrorésonante sous-harmonique 3 (20 Hz). La figure 3.2 illustre le diagram de bifurcation de ces deux solutions. Le paramètre de bifurcation est, dans ce cas particulier, taux de compensation série de la ligne. Chacun des points correspond à l'amplitude maxima de la tension aux bornes du compensateur statique pour une valeur donnée du taux compensation série. Pour ce réseau, le diagramme de bifurcation nous apprend que la soluti ferrorésonante peut exister, avec une amplitude de tension d'environ 2 pu, pour un taux compensation série compris entre 25% et 62%. En dehors de cette zone, cette soluti ferrorésonante n'existe plus. Pour sa part, la solution normale existe pour toute la gamme paramètre de bifurcation. Pour cette dernière solution, l'amplitude de la tension est d'envir 1 pu. Le diagramme de bifurcation ne garantit cependant pas que ce sont les deux seul solutions qui peuvent exister pour ce réseau. En effet, il peut en exister plusieurs autres do des solutions ferrorésonantes fondamentales, sous-harmoniques, quasi-périodiques chaotiques. Pour pouvoir tracer le diagramme de bifurcation d'une solution particulière, il d'abord nécessaire de localiser cette solution et ensuite de la suivre en fonction d'un paramèt de bifurcation.

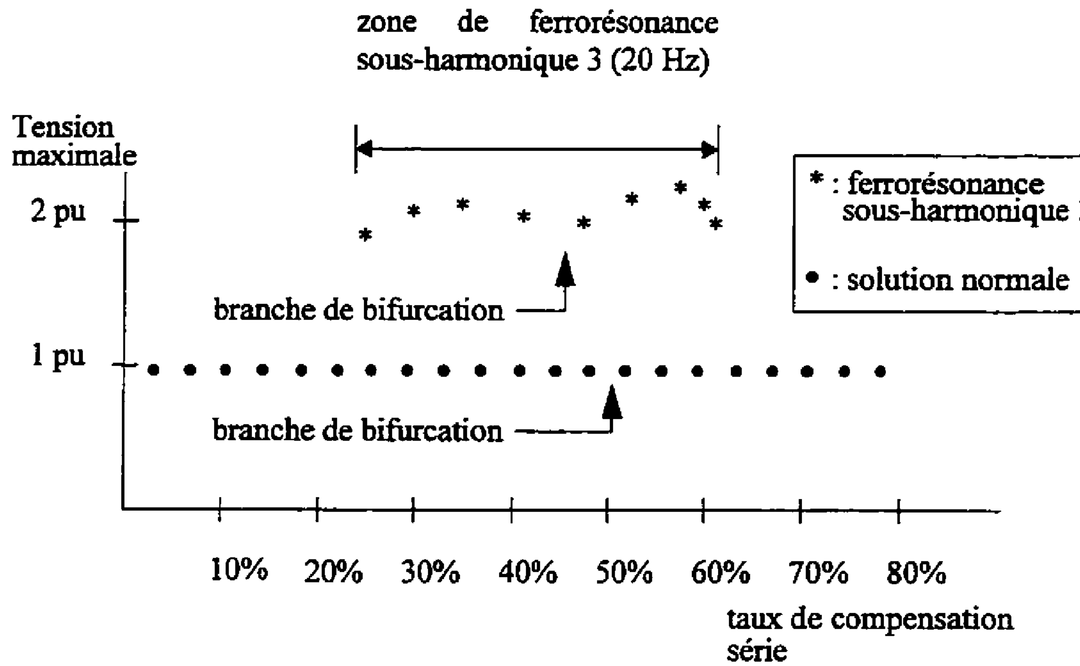


Figure 3.2 : Exemple d'un diagramme de bifurcation : solution normale et solution ferrorésonante sous-harmonique 3

Deux principales méthodes peuvent être utilisées pour suivre l'évolution des solutio en régime permanent, en fonction de la variation du paramètre de bifurcation. La premi méthode est la simulation numérique. Elle consiste à simuler le système d'équations en fix la valeur du paramètre et à attendre que le régime permanent soit établi. Les variables d'état régime permanent sont ensuite utilisées comme conditions initiales pour simuler le systè dont le paramètre de bifurcation a été incrémenté légèrement. En répétant cette méthode p plusieurs valeurs du paramètre de bifurcation, on obtient une branche du diagramme bifurcation. Cette méthode offre l'avantage d'être simple et de pouvoir suivre tous les types solutions. Par contre, elle est très lente car elle nécessite une quantité considérable simulations numériques. L'autre méthode est la méthode de continuation des solutions. À pa d'une solution en régime permanent pour une valeur donnée du paramètre de bifurcation, e consiste à prévoir le prochain point de la branche de bifurcation lorsque le paramètre incrémenté.

L'équation fondamentale de la continuation est présentée au prochain paragraphe. L développement mathématique de la méthode par pseudo-longueur d'arc, qui a été mise au poi par Keller [81], est présenté aux paragraphes suivants pour suivre les solutions périodiques.

3.3.2 Équation fondamentale de la continuation pour les solutions périodiques

Soit un système dynamique continu non autonome d'ordre n :

$$\dot{x} = f(x, \alpha, t) \qquad (3.19$$

où $\alpha \in \Re$ est le paramètre de bifurcation.

On cherche à trouver l'ensemble des points (x,α) qui définissent une branche d bifurcation $B \subset \Re^n \mathrm{x} \Re$. Une façon de procéder est de définir une application $F : \Re^n \mathrm{x} \Re \rightarrow \Re^n$

$$F(x, \alpha) = 0 \qquad (3.20$$

pour laquelle (3.20) est satisfaite pour tout $(x,\alpha) \in$ B.

Dans notre cas, ce sont les diagrammes de bifurcation des solutions périodiques qu nous intéressent, par conséquent la fonction $F(x,\alpha)$ est définie comme suit :

$$\boxed{F(x, \alpha) \equiv P_k(x, \alpha) - x = 0} \qquad (3.21$$

où P_k est l'application de Poincaré pour une solution k-périodique. Les points de l branche de bifurcation sont donc des points fixes de l'application de Poincaré. Dans le reste d développement, on suppose que la période de la solution à suivre est T. T peut être la périod d'une solution sous-harmonique.

Le problème consiste alors à trouver des points (x,α) tels que l'équation (3.21) soi satisfaite. Il y a donc n+1 inconnues à déterminer pour chaque point de la branche d bifurcation qui est suivie. La méthode utilisée pour calculer x et α est la méthode par pseudo longueur d'arc.

3.3.3 Continuation : méthode par pseudo-longueur d'arc

Le principe de base de cette méthode de continuation est d'utiliser la pente de l branche de bifurcation, en un point donné, pour prédire le nouveau point sur cette branche.

Soit (x_0,α_0) un point de la branche de bifurcation que l'on désire tracer. Si la pente d la branche de bifurcation à ce point est connue, cette pente et ce point peuvent être utilisés pou trouver d'autres points de la branche de bifurcation près de (x_0,α_0) (figure 3.3). En appliquar

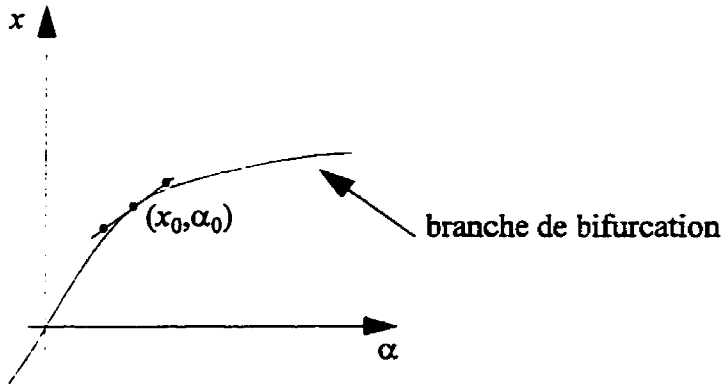


Figure 3.3 : Prédiction des points de la branche de bifurcation

de façon successive cette méthode sur ces derniers points, il est alors possible de tracer l branche de bifurcation. La pente de la branche de bifurcation est définie par dx et $d\alpha$ (voi figure 3.4 pour le cas $n = 1$).

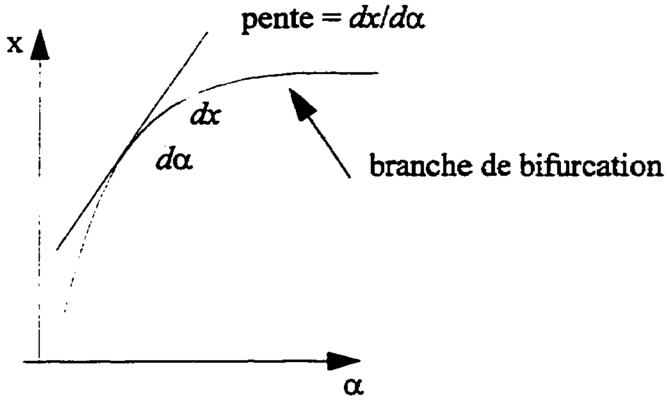


Figure 3.4 : Pente de la branche du diagramme de bifurcation

3.3.3.1 Écriture du système d'équations en dx et $d\alpha$ pour calculer la pente d'une branc de bifurcation

La fonction F doit être nulle pour tous les points de la branche de bifurcation. Donc différentielle totale de F sur une telle branche doit également être nulle.

$$dF(x, \alpha) = D_x F(x, \alpha)\, dx + D_\alpha F(x, \alpha)\, d\alpha = 0 \qquad (3.2$$

$D_x F(x,\alpha)$ est la matrice Jacobienne de F de dimension nxn et $D_\alpha F(x,\alpha)$ est un vecte colonne de dimension nx1, dx est un vecteur colonne de dimension n et $d\alpha$ est un scalaire. Do la différentielle totale dF est un vecteur colonne de dimension nx1. Pour simplifier l'écritu on définit la matrice

$$DF(x, \alpha) \equiv [D_x F(x, \alpha), D_\alpha F(x, \alpha)] \qquad (3.2$$

$DF(x,\alpha) \in \Re^{nx(n+1)}$. L'équation (3.22) s'écrit alors

$$DF(x, \alpha) \begin{bmatrix} dx \\ d\alpha \end{bmatrix} = 0 \qquad (3.2$$

Dans l'équation (3.24) ce sont dx et $d\alpha$ qui sont les inconnues. Il est cependa impossible de les déterminer à partir de (3.24), car il manque une équation. L'équation qu'(ajoute est

$$\left[[dx^T d\alpha] \bullet [dx^T d\alpha]^T \right]^{\frac{1}{2}} = ds \qquad (3.2$$

où ds est la longueur géométrique entre (x_0,α_0) et le prochain point prédit par tangente. Si ds est petit, ce point est près de la branche de bifurcation. Dans ce cas, la longue ds est presque égale à la longueur d'arc de la branche de bifurcation entre (x_0,α_0) et ce poir d'où le nom "méthode par pseudo-longueur d'arc". C'est à l'utilisateur d'imposer ds selon pas de calcul qu'il désire. Le système d'équations (3.24) et l'équation (3.25) définissent ı système d'équations algébriques non linéaires en dx et $d\alpha$.

3.3.3.2 Évaluation de DF(x,α)

De (3.21) et (3.23) on a :

$$D_xF(x, \alpha) = D_xP(x, \alpha) - I \quad (3.$$

$$D_\alpha F(x, \alpha) = D_\alpha P(x, \alpha) - 0 \quad (3.$$

De (3.26) et (3.27) on obtient

$$\boxed{DF(x, \alpha) = [D_xP(x, \alpha) - I, D_\alpha P(x, \alpha)]} \quad (3.$$

I étant la matrice identité de dimension nxn.

3.3.3.3 Évaluation de D_xP(x,α)

Par définition de l'application de Poincaré :

$$P(x, \alpha) \equiv \phi_T(x, t_0, \alpha) \quad (3.$$

On dérive $P(x,\alpha)$:

$$D_xP(x, \alpha) = D_x\phi_T(x, t_0, \alpha) \quad (3.$$

Par définition, on a :

$$D_{x_0}\phi_t(x_0, t_0, \alpha) \equiv \Phi_t(x_0, t_0, \alpha) \quad (3.$$

où $\Phi_t(x_0, t_0, \alpha)$ est la solution de l'équation variationnelle.

On obtient ainsi :

$$\boxed{D_x P(x, \alpha) = \Phi_T(x, t_0, \alpha)} \quad (3.3$$

Cela est la solution de l'équation variationnelle à $t = t_0+T$. Pour calculer $D_x P(x,\alpha)$, il e donc nécessaire de simuler l'équation variationnelle sur une période T en même temps que l'o calcule l'application de Poincaré.

3.3.3.4 Évaluation de $\mathbf{D_\alpha P(x,\alpha)}$

Par définition, on a :

$$\dot{x} \equiv f(x, \alpha, t) \quad (3.3$$

La solution de cette équation est :

$$x = \phi_t(x_0, t_0, \alpha) \quad (3.3$$

avec comme condition initiale $\phi_{t_0}(x_0, t_0, \alpha) = x_0$

Son application de Poincaré est :

$$P(x_0, \alpha) = \phi_T(x_0, t_0, \alpha) \quad (3.3$$

On en déduit ainsi que :

$$D_\alpha P(x_0, \alpha) \equiv \frac{\partial}{\partial\alpha} P(x_0, \alpha) = \frac{\partial}{\partial\alpha} \phi_t(x_0, t_0, \alpha) \Big|_{t=T} \quad (3.3$$

Évaluation de $\frac{\partial}{\partial\alpha}\phi_t(x_0, t_0, \alpha)\big|_{t=T}$

$$\frac{\partial}{\partial t}\phi_t(x_0, t_0, \alpha) = f(\phi_t(x_0, t_0, \alpha), \alpha, t) \quad (3.3$$

En prenant la dérivée de (3.37) par rapport à α on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial}{\partial\alpha}\phi_t(x_0, t_0, \alpha) = D_x f(\phi_t(x_o, t_0, \alpha), \alpha, t)\frac{\partial}{\partial\alpha}\phi_t(x_0, t_0, \alpha) + D_\alpha f(\phi_t(x_0, t_0, \alpha), \alpha, t) \quad (3.38)$$

Posons

$$\psi_t(x_0, t_0, \alpha) = \frac{\partial}{\partial\alpha}\phi_t(x_0, t_0, \alpha) \quad (3.39)$$

En substituant (3.39) dans (3.38) on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial t}\psi_t(x_0, t_0, \alpha) = D_x f(\phi_t(x_0, t_0, \alpha), \alpha, t)\,\psi_t(x_0, t_0, \alpha) + D_\alpha f(\phi_t(x_0, t_0, \alpha)\,\alpha, t) \quad (3.40)$$

De (3.36), (3.39) et (3.40) on a :

$$\boxed{D_\alpha P(x_0, \alpha) = \psi_{t_0+T}(x_0, t_0, \alpha)} \quad (3.41)$$

$\psi_{t_0+T}(x_0, t_0, \alpha)$ est la solution de (3.40) à $t = t_0+T$ avec la condition initiale

$$\psi_{t_0}(x_0, t_0, \alpha) = \frac{\partial}{\partial\alpha}\phi_{t_0}(x_0, t_0, \alpha) = \frac{\partial x_0}{\partial\alpha} = 0 \quad (3.42)$$

Donc pour calculer $D_\alpha P(x,\alpha)$, il faut intégrer (3.40) sur une période T en même temps qu'on calcule l'application de Poincaré et qu'on simule l'équation variationnelle.

Si on connaît $D_x P(x,\alpha)$ et $D_\alpha P(x,\alpha)$ et qu'on impose la longueur d'arc, le système d'équations algébriques défini par (3.24) et (3.25) peut être résolu par la méthode de Newton pour déterminer dx et $d\alpha$.

3.3.3.5 Calcul d'un point de la branche de bifurcation avec *dx et* $d\alpha$

Le vecteur dx et le scalaire $d\alpha$ étant calculés, il est maintenant possible de les intégr de façon à obtenir les valeurs de x et de α qui définissent la branche de bifurcation. La métho d'Euler est utilisée à cette fin (équations 3.43)). Le choix de la constante h_k est laissé à discrétion de l'utilisateur.

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ \alpha_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k \\ \alpha_k \end{bmatrix} + h_k \begin{bmatrix} dx_k \\ d\alpha_k \end{bmatrix} \quad (3.4$$

Le point (x_{k+1}, α_{k+1}) ainsi obtenu ne vérifie pas nécessairement $F(x_{k+1},\alpha_{k+1}) = 0$. I figure 3.5 illustre ce problème. Dans ce cas, (x_{k+1},α_{k+1}) constitue une approximation d'un poi

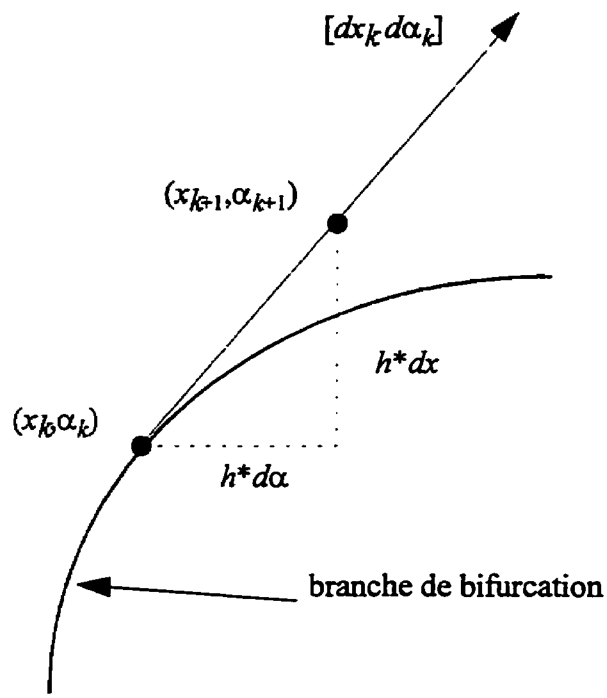


Figure 3.5 : Intégration de la fonction de continuation F

de la branche de bifurcation. La méthode de Newton (équation 3.44) est utilisée sur F ave

(x_{k+1},α_{k+1}) comme approximation initiale pour amener (x_{k+1},α_{k+1}) sur la branche de bifurcati définie par l'équation (3.21).

$$\begin{bmatrix} x_{k+1}^{(n+1)} \\ \alpha_{k+1}^{(n+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{k+1}^{(n)} \\ \alpha_{k+1}^{(n)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta x_{k+1}^{(n)} \\ \delta\alpha_{k+1}^{(n)} \end{bmatrix} \qquad (3.4$$

Dans l'application de la méthode de Newton, le problème consiste à calculer correction $[\delta x\ \delta\alpha]$. Puisque F est une fonction de $\Re^n \times \Re \rightarrow \Re^n$, il faut ajouter une au fonction de façon à pouvoir calculer $[\delta x\ \delta\alpha]$. Cette équation est

$$[dx^T, d\alpha] \bullet [\delta x^T, \delta\alpha]^T = 0 \qquad (3.4$$

$[\delta x\ \delta\alpha]$ est alors la solution du système linéaire

$$\begin{bmatrix} DF\left(x_{k+1}^{(n)}, \alpha_{k+1}^{(n)}\right) \\ [dx^T, d\alpha] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_{k+1}^{(n)} \\ \delta\alpha_{k+1}^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F\left(x_{k+1}^{(n)}, \alpha_{k+1}^{(n)}\right) \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (3.4$$

Le produit scalaire défini par l'équation (3.45) assure l'orthogonalité du vecteur $[\delta x\ \delta$ par rapport au vecteur $[dx\ d\alpha]$. La dynamique de la méthode de Newton se situe donc dans hyper plan orthogonal à $[dx\ d\alpha]$. Si l'approximation initiale de la méthode de Newton n'est p trop éloignée de la branche de bifurcation, l'hyper plan coupe la branche de bifurcatio Cependant, cela ne garantit pas pour autant la convergence de la méthode de Newton, car ce convergence dépend de l'estimé initial $(x_{k+1}^{(0)},\alpha_{k+1}^{(0)})$. La figure 3.6 illustre l'application la méthode de Newton pour amener (x_{k+1},α_{k+1}) sur la branche de bifurcation.

Il faut noter ici que pour chaque itération de la méthode de Newton il faut évaluer DF et solutionner le système linéaire (3.46). L'évaluation de F et de DF nécessite la simulati des n équations (3.19) sur une période T pour calculer l'application de Poincaré, elle nécessi aussi la simulation des n^2 équations du système variationnel pour le calcul $D_xP(x,\alpha)$ finalement elle nécessite également la simulation des n équations (3.40) pour le calcul

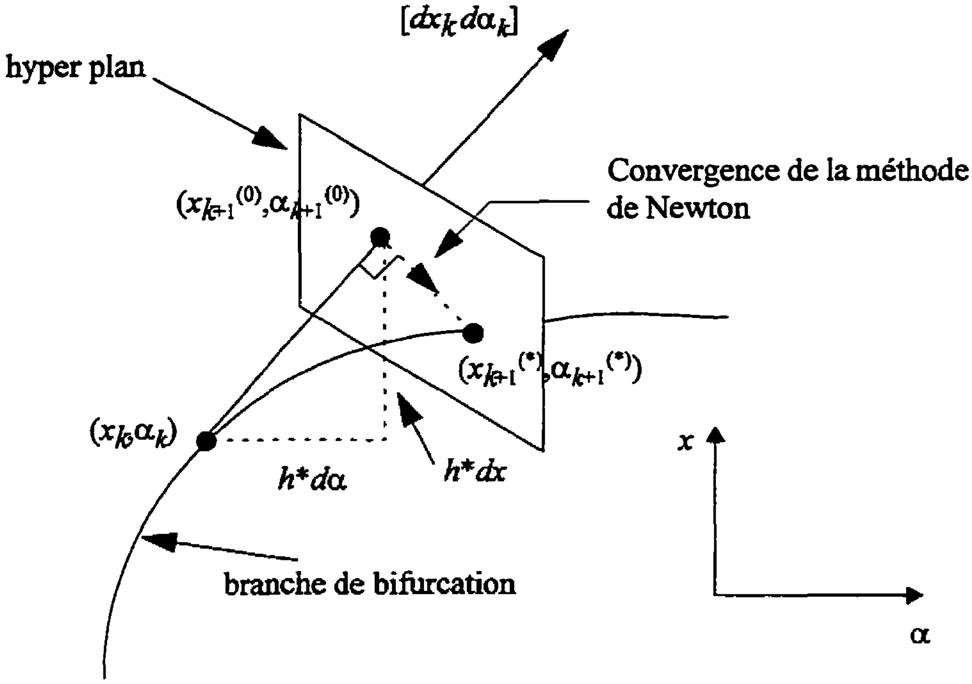


Figure 3.6 : Application de la méthode de Newton pour trouver un point de la branche de bifurcation

$D_\alpha P(x,\alpha)$. À chaque itération de la méthode de Newton, il est donc nécessaire de simuler $2n$ n^2 équations différentielles non linéaires. On comprend que le problème prend des proportio assez grandes avec l'augmentation de l'ordre n du système.

En pratique, il est trop coûteux, en temps, de calculer dx et $d\alpha$ de façon précise solutionnant le système d'équations algébriques non linéaires défini par (3.24) et (3.25). Il préférable d'approximer dx et $d\alpha$ à l'aide de deux points (équation 3.47). La figure 3.7 illust cette opération.

$$dx_k = x_k - x_{k-1}$$

$$d\alpha_k = \alpha_k - \alpha_{k-1} \qquad (3.4$$

3.3.3.6 Algorithme de la méthode par pseudo-longueur d'arc

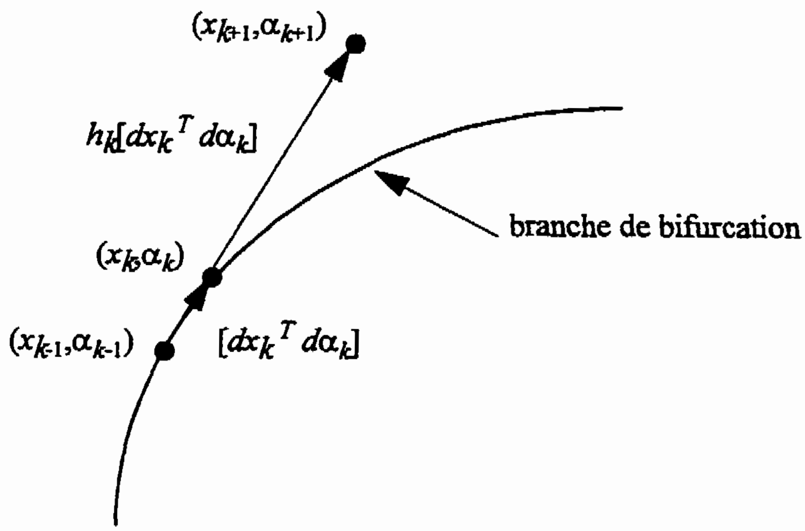


Figure 3.7 : Prédiction d'un point de la branche de bifurcation

Algorithme principal

Étape 1- À partir de deux points fixes connus (x_{k-1},α_{k-1}) et (x_k,α_k) qui sont sur la mên branche de bifurcation, on déduit dx_k et $d\alpha_k$:

$$dx_k = x_k - x_{k-1}$$

$$d\alpha_k = \alpha_k - \alpha_{k-1}$$

Étape 2- On calcule x'_{k+1} et α'_{k+1} de la façon suivante :

$$x'_{k+1} = x_k + h_k dx_k$$

$$\alpha'_{k+1} = \alpha_k + h_k d\alpha_k$$

x'_{k+1} et α'_{k+1} sont les approximations respectives de x_{k+1} et α_{k+1}. (x_{k+1},α_{k+1}) est un point fi qu'on cherche sur la même branche de bifurcation que les points (x_{k-1},α_{k-1}) et (x_k,α_k).

Étape 3- La méthode de Newton est utilisée pour trouver x_{k+1} et α_{k+1}.

Approximation initiale : $x^{(0)}{}_{k+1} = x'_{k+1}$ et $\alpha^{(0)}{}_{k+1} = \alpha'_{k+1}$

Méthode de Newton : $x^{(n+1)}{}_{k+1} = x^{(n)}{}_{k+1} + \delta x^{(n)}{}_{k+1}$

$$\alpha^{(n+1)}{}_{k+1} = \alpha^{(n)}{}_{k+1} + \delta\alpha^{(n)}{}_{k+1}$$

où $\delta x^{(n)}{}_{k+1}$ et $\delta\alpha^{(n)}{}_{k+1}$ est la solution du système linéaire :

$$\begin{bmatrix} DF\left(x_{k+1}^{(n)}, \alpha_{k+1}^{(n)}\right) \\ dx_k^T \; d\alpha_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_{k+1}^{(n)} \\ \delta\alpha_{k+1}^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F\left(x_{k+1}^{(n)}, \alpha_{k+1}^{(n)}\right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Si la méthode de Newton converge, sa solution est $x^{(*)}{}_{k+1}$ et $\alpha^{(*)}{}_{k+1}$. Cette solution est un po
de la branche de bifurcation. On pose alors

$$x_{k+1} = x^{(*)}{}_{k+1}$$

$$\alpha_{k+1} = \alpha^{(*)}{}_{k+1}$$

Étape 4- Pour trouver les points subséquents on pose :

$$x_{k-1} = x_k \text{ et } x_k = x_{k+1}$$

$$\alpha_{k-1} = \alpha_k \text{ et } \alpha_k = \alpha_{k+1}$$

et on recommence à partir de l'étape 1.

Cet algorithme permet de suivre une solution périodique donnée en fonction
paramètre α.

Algorithme auxiliaire

À l'étape 1, il est nécessaire de connaître deux points de la branche de bifurcation po
initialiser la méthode de continuation. Deux méthodes sont possibles pour trouver ces point

1- simulation numérique du système d'équations

2- recherche de points fixes de l'application de Poincaré.

La première méthode est la plus simple mais aussi la plus lente. Elle consiste à intégr
le système d'équations jusqu'à ce que la solution ait atteint le régime permanent. La deuxièn

méthode offre l'avantage d'être précise et relativement rapide. Toutefois, elle nécessite u
bonne approximation initiale au départ, qui est souvent difficile à trouver.

À l'étape 3 de l'algorithme principal, la matrice DF et le vecteur F doivent être éval
à chaque itération de la méthode de Newton. DF est évalué de la façon qui est décrite à
section §3.3.3.2 et F est calculé à l'aide de l'équation (3.21).

Pour chaque point (x,α) qui a été calculé à l'aide de l'algorithme principal, il a
nécessaire de résoudre l'équation variationnelle. Les valeurs propres de cette solution sont
multiplicateurs de Floquet et ils renseignent sur la stabilité de la solution périodique associ
au point fixe (x,α). Si les multiplicateurs de Floquet sont tous à l'intérieur du cercle unitaire,
solution périodique est stable. Si au moins un multiplicateur de Floquet se situe à l'extérieur
cercle unitaire, la solution périodique est instable. Les points pour lesquels les multiplicate
de Floquet sortent soudainement du cercle unitaire sont des points de bifurcation. L'endroit s
le cercle unitaire où ils sortent renseigne sur le type de bifurcation et sur l'éventuelle appariti
des nouvelles solutions ferrorésonantes. Le lecteur désirant étudier la dynamique des poi
fixes autour des points de bifurcation est invité à consulter : Dynamics and bifurcations [82

3.3.4 Discussion sur les limites de la méthode de continuation

La méthode de continuation décrite aux sections précédentes permet de suivre u
solution périodique en fonction de la valeur d'un paramètre. Bien que son principe soit génér
son utilisation est toutefois limitée à de petits systèmes d'équations. En effet, le nomb
d'équations différentielles non linéaires à simuler à chaque itération de la méthode de Newt
est $2n + n^2$, où n l'ordre du système d'équations. Il faut ensuite répéter cette opération po
chaque point de la branche de bifurcation. On comprend que si l'ordre du système est élevé,
temps de calcul devient vite considérable. On peut cependant contourner ce problème
calculant numériquement DF. De cette façon, il ne reste que les n équations du système (3.1
à simuler pour calculer l'application de Poincaré. Il n'est cependant plus possible d'évaluer
stabilité des points fixes car la solution de l'équation variationnelle n'est plus disponible.

Le principal problème qui limite l'utilisation de la méthode de continuation présent
dans ce chapitre est la difficulté d'avoir une bonne précision sur l'évaluation de la fonction
En effet, pour évaluer F, il faut simuler (3.19) sur une période T (application de Poincaré).
la solution contient beaucoup d'harmoniques et/ou si la période T est longue (sou

harmonique), l'erreur d'intégration est non négligeable, ce qui compromet souvent la stabil de la méthode de Newton. Pour suivre les solutions ferrorésonantes des systèmes simples, contiennent par exemple une seule résonance naturelle, la méthode décrite est souv satisfaisante. Pour des systèmes plus complexes, comme un réseau compensé série et sh ayant des résonances sous-synchrones et hyper-synchrones, la méthode de continuation parfois difficilement applicable ou requiert un pas de calcul tellement petit qu'on perd t intérêt à l'utiliser. Le problème vient du fait que pour les régimes ferrorésonants les soluti contiennent souvent beaucoup d'harmoniques et/ou de sous-harmoniques, ce qui rend simulation relativement difficile. Les harmoniques et sous-harmoniques situées près résonances naturelles ont de grandes amplitudes, ce qui complique davantage la simulation système d'équations. Pour de tels systèmes, on doit souvent utiliser la première méthode continuation : la simulation numérique.

La méthode de continuation par pseudo-longueur d'arc a été programmée da l'environnement du code de calcul MATLAB version 4.2c. Au prochain paragraphe, sa mi en oeuvre est effectuée sur le système d'équations d'un circuit électrique représentant u portion d'un réseau de transport dégradé.

3.4 Exemple d'application

Les outils mathématiques développés aux paragraphes précédents sont utilisés ici po étudier la ferrorésonance d'un circuit électrique non linéaire. La description du circuit et mise en équations constituent la première partie du paragraphe. La recherche de solutions sou harmoniques et la mise en oeuvre de la méthode de continuation sont présentées par la sui Finalement, des simulations numériques sont effectuées sur ce circuit électrique afin de vérifi si, à la suite d'une perturbation, ce réseau peut entrer en ferrorésonance.

3.4.1 Mise en équations du circuit électrique

Soit le circuit illustré à la figure 3.8. On verra au chapitre IV qu'un circuit comme cel ci est utilisé pour modéliser un réseau de transport typique dans des conditions dégradées.

Les paramètres du circuit sont : $Rs = 1.35\ \Omega$, $Ls = 139.00$ mH, $Cs = 144.24\ \mu$F, Lp 2.39 H, $Rp = 2.97\ \Omega$, $Cp = 16.16\ \mu$F et $Rch = 2701.10\ \Omega$.

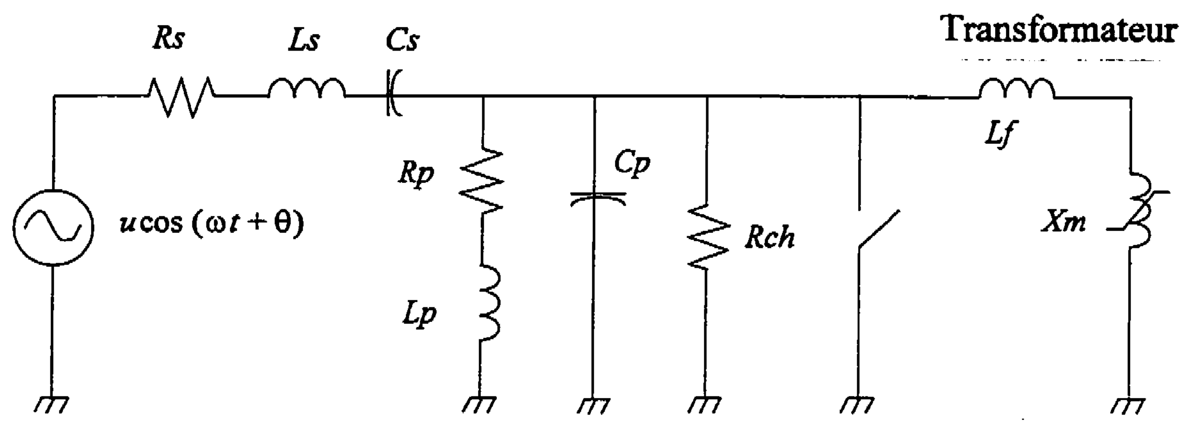


Figure 3.8 : Circuit électrique non linéaire

Les paramètres du transformateur sont :

Puissance : 200 MVA (monophasé)

Tension primaire : 424.35 $kV_{L\text{-}N}$rms

Tension secondaire : 9.24 $kV_{L\text{-}N}$rms

Les réactances de fuite du transformateur ainsi que la caractéristique magnétique de réactance de magnétisation *Xm* sont données dans le système "per unit" (pu) avec les base $S_{1\varphi base}$ = 200 MVA et $V_{L\text{-}N\ base}$ = 424.35 kV rms pour le côté haute tension.

Réactance de fuite du côté haute tension : $XLf = Lf = 0.1475$ pu

Les variables d'état du circuit sont :

$x(1)$: la tension aux bornes du condensateur *Cs*

$x(2)$: le courant dans l'inductance *Ls*

$x(3)$: le courant dans l'inductance *Lp*

$x(4)$: la tension aux bornes du condensateur *Cp*

$x(5)$: le flux magnétique dans le transformateur saturable.

On appelle Im(x(5)) le courant magnétisant dans le transformateur. Ce courant n'est p
une variable d'état, c'est le flux qui caractérise l'état du transformateur. Im(x(5)) est obtenu
ajustant les points expérimentaux de la caractéristique courant-flux du transformateurà vide

Les équations d'état de ce circuit électrique sont données en (3.48). Il faut noter qu'el
sont fonction du courant magnétisant dans le transformateur mais aussi de la dérivée du coura
magnétisant par rapport aux flux. Il est donc nécessaire d'avoir une bonne approximation
cette dérivée.

$$\dot{x}(1) = \frac{1}{Cs}x(2)$$

$$\dot{x}(2) = -\frac{1}{Ls}x(1) - \frac{Rs}{Ls}x(2) - \frac{1}{Ls}x(4) + \frac{1}{Ls}u\cos(wt+\theta)$$

$$\dot{x}(3) = -\frac{Rp}{Lp}x(3) + \frac{1}{Lp}x(4) \qquad (3.4$$

$$\dot{x}(4) = \frac{1}{Cp}x(2) - \frac{1}{Cp}x(3) - \frac{1}{RchCp}x(4) - \frac{1}{Cp}Im(x(5))$$

$$\dot{x}(5) = \frac{1}{(LfIm'(x(5))+1)}x(4)$$

3.4.2 Système linéaire associé

Si la saturation magnétique du transformateur est négligée, les équations du circu
linéaire donnent un mode d'oscillation sous-synchrone à la fréquence de 7.96 Hz et un mo
hyper-synchrone à 114.64 Hz. Le mode sous-synchrone est causé par la résonance entre
condensateur *Cs* qui modélise la compensation série et l'inductance *Lp* de la compensatio
shunt passive. La résonance hyper-synchrone est due à l'interaction entre l'inductance série
la ligne *Ls* et sa capacité phase-terre *Cp*. Mais puisque la saturation doit être prise en compt
il est nécessaire de modéliser la caractéristique non linéaire courant-flux du transformateur.

3.4.3 Modélisation de la caractéristique courant-flux du transformateur

Pour la modélisation de la caractéristique magnétique, le phénomène d'hystérésis e
négligé mais la saturation magnétique est prise en compte. La modélisation consiste à lisser l

points obtenus en prenant la valeur moyenne du cycle d'hystérésis relevé expérimentalem
sur un transformateur de compensateur statique. Les techniques de modélisation
caractéristiques de magnétisation sont présentées au chapitre IV. La caractéristic
magnétisante du transformateur est illustrée à la figure 3.9. Les points identifiés par

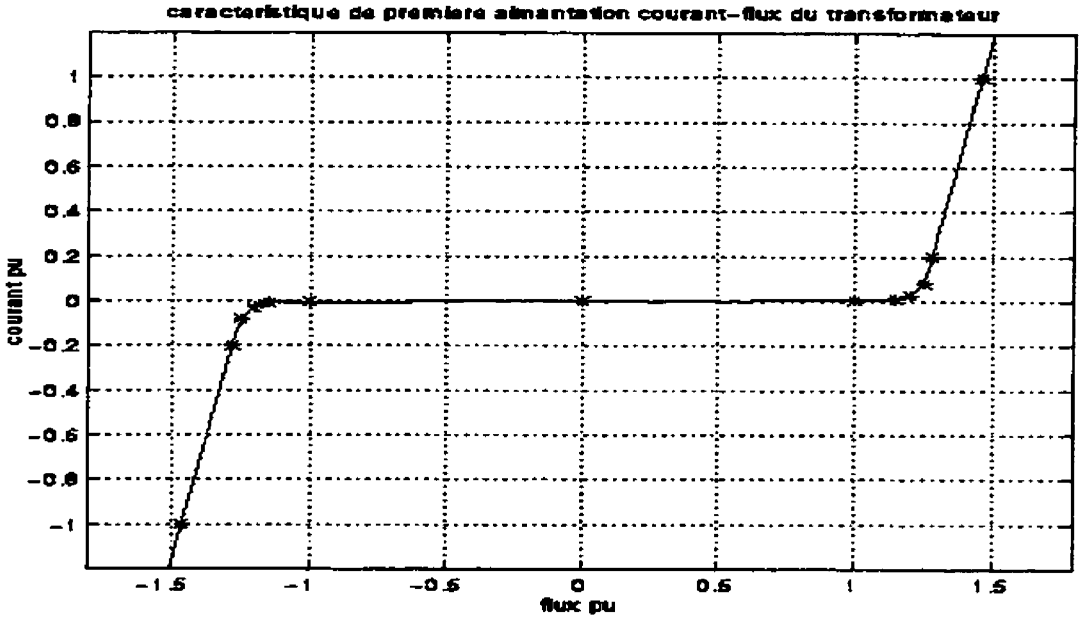
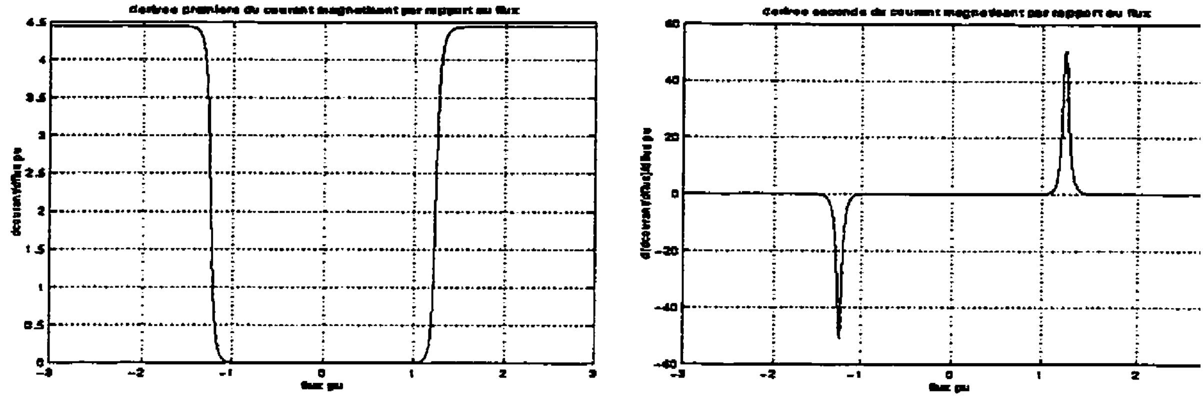


Figure 3.9 : Caractéristique magnétisante du transformateur

astérisque "*" sont les points expérimentaux qui ont été ajustés. Les dérivées première
seconde du courant de magnétisation par rapport au flux sont illustrées à la figure 3.10.
modélisation de la dérivée seconde est nécessaire pour la méthode de continuation.

3.4.4 Recherche des solutions en régime permanent et application de la méthode continuation

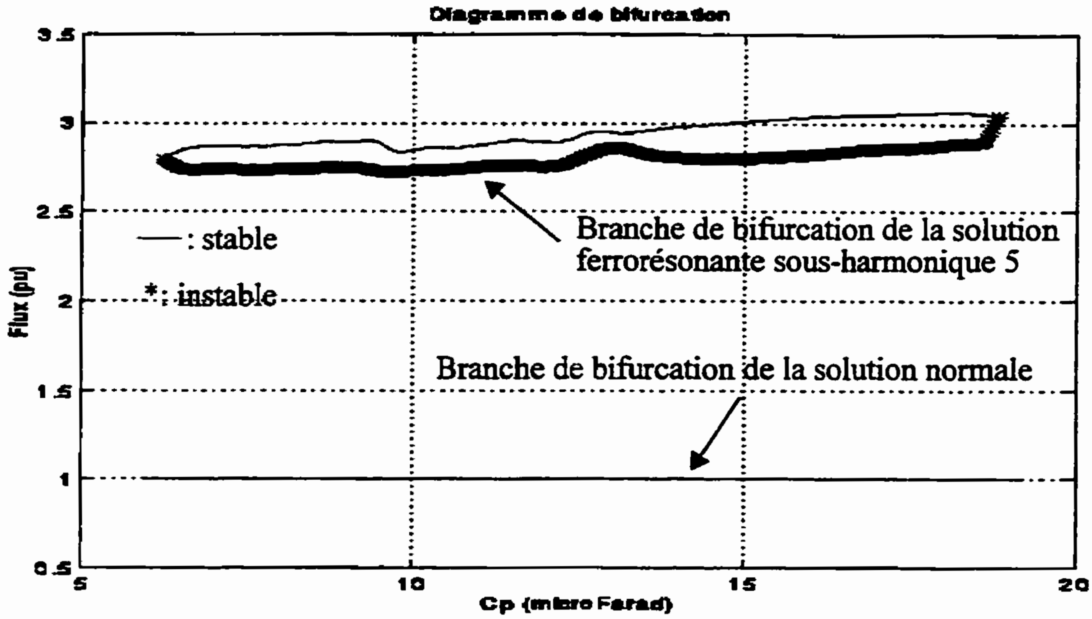
Des simulations effectuées sur le système d'équations de ce circuit mettent en éviden qu'il y a au moins deux solutions possibles pour ce système : la solution normale q correspond au fonctionnement linéaire du transformateur et une solution ferrorésonar périodique sous-harmonique 5 (12 Hz). Ces deux solutions périodiques ont également é obtenues par recherche d'un point fixe de l'application de Poincaré P_1 et P_5 respectivemer Les multiplicateurs de Floquet associés à ces solutions sont tous à l'intérieur du cercle unitai Cela indique qu'elles sont stables.



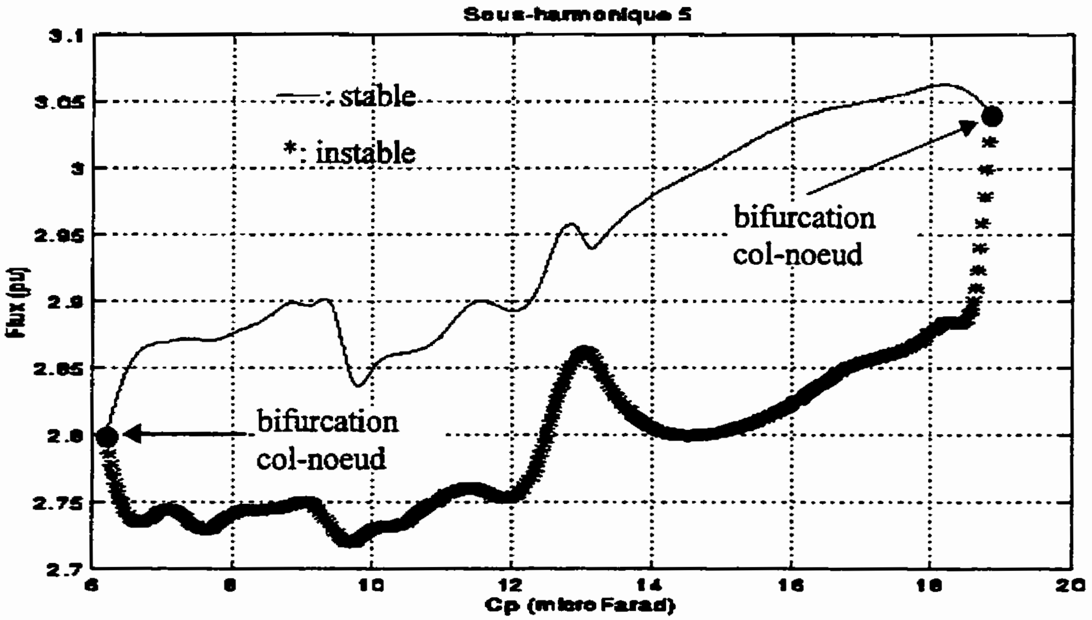
a) *b)*

Figure 3.10 : a) Dérivée première et b) dérivée seconde du courant de magnétisation par rapport au flux

La méthode de continuation par pseudo-longueur d'arc est mise en oeuvre sur système d'équations pour suivre la solution fondamentale normale à 60 Hz ainsi que la soluti ferrorésonante lorsque le paramètre *Cp* varie. Ce paramètre a une forte influence sur fréquence du mode hyper-synchrone. La figure 3.11 illustre le diagramme de bifurcati associé à ces deux solutions. L'amplitude maximale du flux de magnétisation est tracée fonction du paramètre de bifurcation *Cp*. Sur ce diagramme, on constate que la soluti ferrorésonante disparaît pour des valeurs de C_p supérieures à 19 µF, ce qui correspond à mode d'oscillation hyper-synchrone dont la fréquence est inférieure à 106 Hz. À C_p = 19 µ il y a une bifurcation col-noeud [82] de la solution ferrorésonante, cette dernière change stabilité pour cette valeur du paramètre de bifurcation. De même, pour C_p = 6.2 µF la soluti ferrorésonante change de stabilité. À cette valeur de bifurcation, la fréquence du mode hype synchrone est 180 Hz. La méthode de continuation nous a permis de déterminer que la soluti ferrorésonante sous-harmonique 5 peut exister pour un mode hyper-synchrone dont fréquence se situe entre 106 Hz et 180 Hz. La méthode de continuation permet aussi de suiv la solution même si elle est instable. Pour sa part, la solution normale est stable sur tout domaine du paramètre de bifurcation. Par ailleurs, l'amplitude du flux demeure égale à 1 p ce qui est normal car nous avions imposé que la source de tension varie de façon à mainter constante l'amplitude de la tension fondamentale aux bornes du transformateur lorsque paramètre de bifurcation change.



a)



b)

Figure 3.11 : a) Diagramme de bifurcation des solutions normale et ferrorésonante sous-harmonique 5 et b) diagramme de bifurcation de la solution ferrorésonante sous-harmonique 5.

Ce diagramme de bifurcation nous renseigne sur la possibilité d'obtenir de la ferrorésonance. Il fournit aussi le domaine de *Cp* sur lequel la ferrorésonance peut avoir lieu

Toutefois, il ne fournit pas le bassin d'attraction associé à chacune des solutions. Il est alc impossible, pour l'instant, de prévoir si le circuit peut tendre vers la ferrorésonance à la sui d'une perturbation. Des simulations numériques doivent être effectuées à cet effet.

3.4.5 Simulation de court-circuit

La figure 3.12 illustre les résultats d'une simulation de remise sous tension c transformateur après un court-circuit. À partir du régime permanent, un court-circuit e appliqué au passage par zéro de la tension aux bornes du transformateur. La durée du cour circuit est de six cycles. Le transformateur est remis sous tension lorsque le courant de cour circuit passe par zéro. La simulation illustre clairement que les conditions initiales présent dans le circuit à cet instant sont telles que le circuit tend vers la solution ferrorésonante qui ava été calculée avec l'application de Poincaré. Cet exemple démontre la validité des méthod numériques pour l'étude de la ferrorésonance.

3.5 Conclusion

Les méthodes de calcul des différents régimes ferrorésonants possibles sont décrit dans ce chapitre. Ces méthodes ont toutes été programmées dans l'environnement du code c calcul MATLAB version 4.2c.

Deux méthodes ont été présentées pour chercher des régimes permanents périodiqu spécifiques : la méthode de Galerkine et la méthode de recherche d'un point fixe c l'application de Poincaré. En pratique, l'utilisation de ces deux méthodes est limitée aux peti systèmes d'équations. La recherche d'un point fixe de l'application de Poincaré est cependa plus générale que la méthode de Galerkine. De ce point de vue, elle est plus intéressant Toutefois, elle est fortement tributaire de la précision de la simulation numérique nécessaire sa mise en oeuvre.

La méthode de continuation par pseudo-longueur d'arc est décrite en détail. Elle a é utilisée avec succès pour suivre une solution ferrorésonante sous-harmonique 5 et une solutio fondamentale d'un circuit électrique. Les limitations de cette méthode sont associées à celle de la recherche d'un point fixe de l'application de Poincaré. Étant donné ces limitations, nou sommes d'avis que la simulation numérique demeure une des méthodes les plus efficaces pou calculer les solutions non linéaires des systèmes dynamiques.

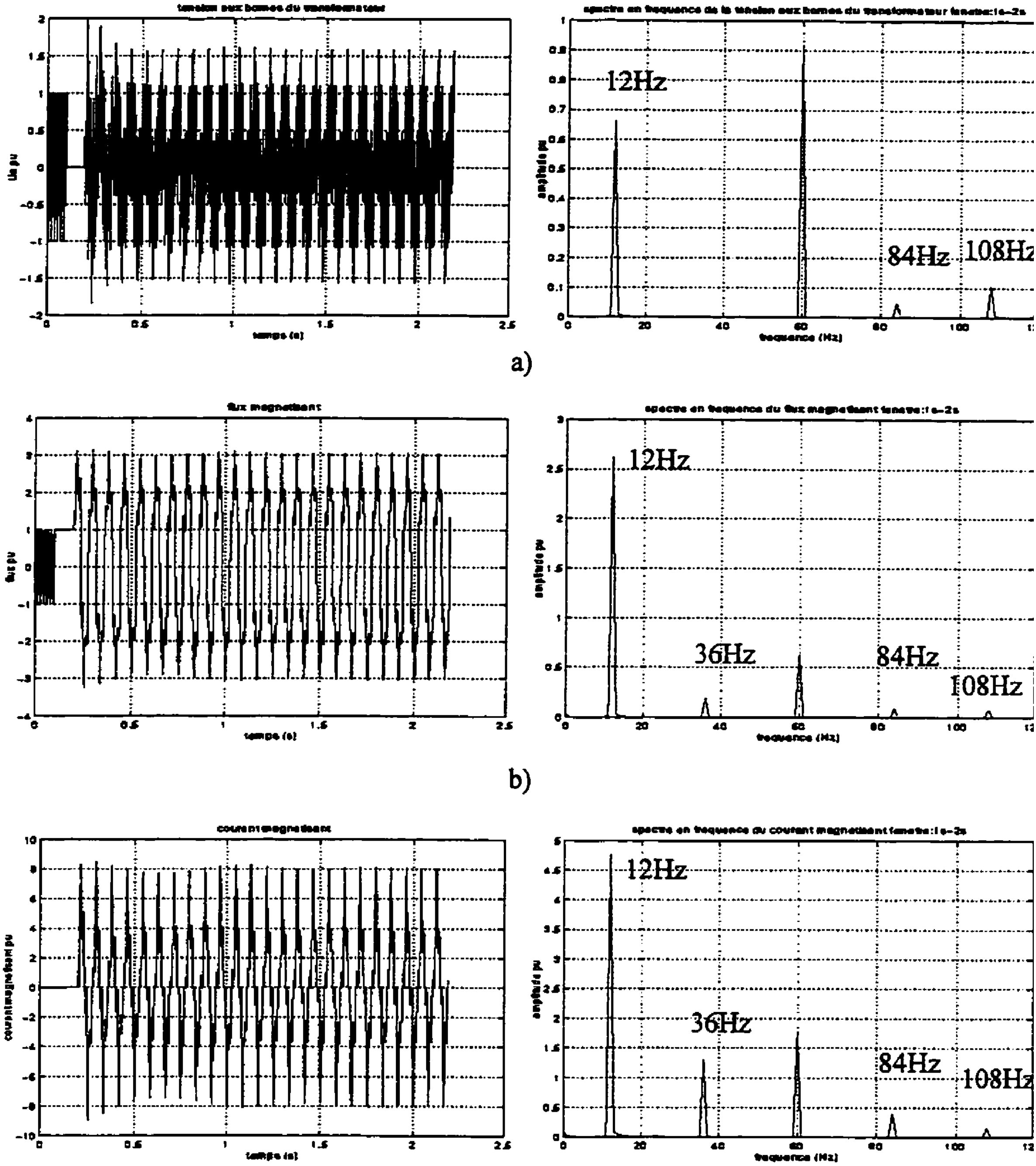


Figure 3.12 : Simulation de la remise sous tension après un court-circuit. a) Tension aux ornes du transformateur en pu, b) flux de magnétisation en pu et c) courant de magnétisatioı en pu/600MVA

Les méthodes numériques présentées dans ce chapitre seront utilisées sur les modèle

électriques équivalents des configurations dégradées du réseau Hydro-Québec compensé sé
La modélisation du réseau, par un circuit équivalent, fait l'objet du prochain chapitre.

Chapitre IV

Modélisation des configurations dégradées du réseau Hydro-Québec compensé série et shun par des circuits électriques équivalents

Ce chapitre présente la modélisation des configurations dégradées réalistes du rése Hydro-Québec compensé série et shunt afin de pouvoir utiliser les méthodes mathématiqu présentées aux chapitres précédents pour en étudier la ferrorésonance.

Un rappel des problèmes de ferrorésonance qui ont été observés sur les configuratio dégradées du réseau Hydro-Québec compensé série est présenté au paragraphe §4.1. l sélection du circuit équivalent de réseau et le calcul de ses paramètres font l'objet paragraphe §4.2. La modélisation d'un transformateur de compensateur statique est présent au paragraphe §4.3. La section §4.4 traite de la mise en équations, sous forme d'un systèn dynamique non linéaire, du circuit équivalent de réseau. La modélisation en triphasé du rése et du transformateur de compensateur statique est discutée au paragraphe §4.5.

4.1 Rappel sur les problèmes de ferrorésonance rencontrés sur des configuratio dégradées du réseau compensé série et shunt

Des essais effectués au simulateur de l'IREQ [12] et décrits au chapitre I ont mis évidence des problèmes d'oscillation de la tension aux bornes des certains compensateu statiques "en antenne" au bout des lignes compensées série. Ces problèmes survienn uniquement sur des configurations dégradées du réseau. Au chapitre I, on a démontré que transformateurs des compensateurs statiques fonctionnent dans leur zone de saturati magnétique lorsque ces problèmes surviennent. Le cas le plus sévère a été observé à la ba Albanel (ALB7) où est connecté un compensateur statique. Dans cette configuration, le rése est très dégradé, les lignes Albanel-Némiskau et Albanel-Chibougamau sont hors service. poste Albanel se trouve donc "en antenne" sur le réseau. L'impédance du réseau, vue de barre Albanel (ALB7), présente une résonance sous-synchrone à 5.7 Hz avec une impédan correspondante de 2500 Ω et trois résonances hyper-synchrones à 88 Hz, 115 Hz et 138 avec une impédance approximative de 1500 Ω chacune.

Dans cette dernière configuration, les oscillations de tension n'ont été observées q lorsque la boucle de régulation de tension est en service. Les essais en mode manuel démontré qu'après l'élimination d'un défaut, le système se stabilise. Toutefois, lorsque le poi d'opération du compensateur statique est proche de sa valeur maximale capacitive, le temps stabilisation est très long (2 à 9 secondes) [12].

Dans le cas particulier des simulations de court-circuit qui ont été effectuées à la ba Albanel (ALB7), il est clair que la commande du compensateur statique joue un rôle importa dans l'apparition de la ferrorésonance car, lorsqu'elle est absente, les oscillations de tensi s'amortissent. Mais de façon générale, ce fait ne permet pas de conclure que c'est la comman du compensateur qui est la seule responsable des problèmes de ferrorésonance.

En effet, lors de l'élimination d'un défaut aux bornes d'un compensateur statique mode sous-synchrone d'oscillation est fortement excité, que la commande soit en service qu'elle soit hors service [12] et que le transformateur soit à vide ou qu'il alimente compensateur statique. Les composantes sous-synchrones de la tension qui apparaissent a bornes du transformateur ont pour effet de saturer rapidement son circuit magnétique. réseau associé au compensateur statique constitue alors un système non linéaire, qui peut do admettre différentes solutions stables en régime permanent. De ce point de vue général, régulation de tension, avec tout le système de commande qui lui est associé, n'est qu' paramètre parmi d'autres dans le système.

Par ailleurs, on a présenté au chapitre I un autre cas d'instabilité d'un compensate statique qui démontre que la ferrorésonance est principalement un problème associé l'interaction entre le réseau et le transformateur du compensateur statique. Ce dernier (d'instabilité, prédit au cours de nos recherches, a été obtenu expérimentalement au simulat(de réseau de l'IREQ. Ces essais ont consisté à effectuer des perturbations aux bornes d' compensateur statique, alimenté par un circuit équivalent de réseau. Ils ont démontré qu'à suite d'une perturbation, le transformateur du compensateur entre en ferrorésonance et re dans cet état bien que la boucle de régulation de la tension ait été mise hors service par automatisme de protection sur le compensateur (chapitre V). Par conséquent, la cau fondamentale des problèmes d'instabilité observés est plus fondamentale qu'elle ne paraissait initialement. En effet, les études initiales [12] avait conclu que lorsque la boucle régulation de tension est mise hors service, les problèmes d'instabilité cessent. Il est do possible que l'utilisation des compensateurs statiques sur des configurations de rése compensé série, autres que celles déjà étudiées, présentent également des problèm d'instabilité à la suite de perturbations.

Il est très important d'une part de pouvoir prévoir à l'avance si une configurati donnée du réseau peut présenter des problèmes de ferrorésonance et d'autre part de détermir quels sont les paramètres qui jouent un rôle significatif dans l'apparition de la ferrorésonan(Ces paramètres peuvent être, entre autres, la fréquence et l'amplitude des pôles sou synchrones et hyper-synchrones, la puissance de court-circuit du réseau et les caractéristiqu du transformateur du compensateur statique.

Afin d'étudier l'influence de ces paramètres, et de comprendre le phénomène de ferrorésonance dans les réseaux compensés série et shunt, nous avons adopté l'approc suivante.

La première étape consiste à modéliser le réseau par un circuit équivalent qui permet de prendre en considération les paramètres caractéristiques des configurations dégradées.

La seconde étape concerne la modélisation du transformateur d'entrée du compensate statique par un circuit équivalent.

La troisième étape consiste à étudier, avec les outils mathématiques décrits au chapitres II et III, l'interaction entre le circuit équivalent de réseau et le modèle (transformateur à vide. Cette étude est complètement indépendante de la prise en compte de

commande du compensateur statique. Elle permet de sélectionner les pires configuratio
possibles de réseau vis-à-vis de la ferrorésonance (chapitre V).

Dans la dernière étape, on vérifie expérimentalement au simulateur de l'IREQ l
résultats obtenus à la troisième étape et on étudie également l'influence de la commande
compensateur statique (chapitre V).

4.2 Modélisation du réseau par un circuit monophasé équivalent

La description détaillée de la configuration de réseau sur laquelle les premie
problèmes de ferrorésonance ont été observés est décrite en détail dans [10,11,12
L'impédance de cette configuration présente une résonance sous-synchrone à gran
amplitude et trois résonances hyper-synchrones situées près de la seconde harmonique à 1
Hz.

Afin d'étendre la généralité de l'étude effectuée, il a été convenu de modéliser le rése
par un circuit général monophasé dont l'impédance présente une résonance sous-synchrone
une résonance hyper-synchrone de grandes amplitudes, ce qui est tout à fait caractéristique d
configurations dégradées du réseau. Ce réseau alimente un compensateur statique monopha
dont le transformateur est modélisé dans le prochaine paragraphe.

Note : Le réseau réel simulé d'Hydro-Québec, compte plusieurs centaines de variabl
d'état. Pour alléger les calculs et pour pouvoir utiliser les méthodes numériques développé
au paragraphe précédent on simplifie le modèle du réseau. On propose un modèle simplifié
cinq variables d'état.

Les résultats des simulations numériques et les modes ferrorésonants qui seront obten
avec un tel circuit ne seront pas nécessairement identiques à ceux observés sur le circu
équivalent du réseau Hydro-Québec monté au simulateur. En effet, l'impédance du circuit n'e
pas nécessairement identique à celle du réseau et le circuit est monophasé alors que le rése
est triphasé. Par contre, une telle topologie de circuit simplifie les simulations numériques
permet d'étudier facilement l'influence de l'importance relative des différentes résonanc
(sous-synchrones et hyper-synchrones) sur l'apparition de la ferrorésonance. Les études av
des circuits triphasés constituent une étape ultérieure qui est présentée au cinquième chapitr

La figure 4.1 illustre le circuit monophasé équivalent une phase d'un réseau compe

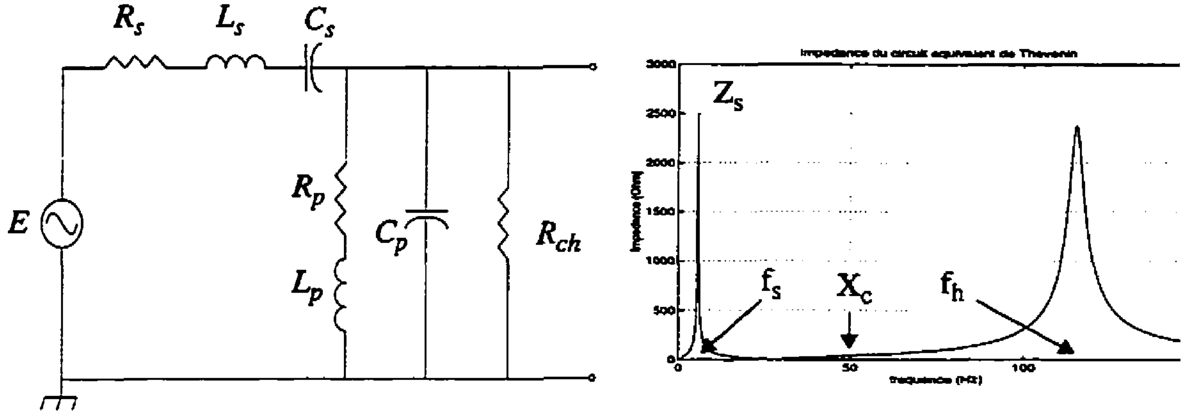


Figure 4.1 : Circuit équivalent de réseau et son impédance de Thévenin

série présentant un pôle sous-synchrone et un pôle hyper-synchrone. La résistance correspond à la résistance de la ligne de transport, l'inductance L_s modélise l'impédar inductive de la ligne due à sa grande longueur; le condensateur C_s est le condensateur ajo en série avec la ligne (compensation série), le condensateur C_p modélise la capacité phase-te de la ligne, la compensation shunt inductive est obtenue avec l'inductance L_p de résistance la charge est modélisée par la résistance R_{ch}.

Pour ce circuit il y a huit paramètres à déterminer: E, R_s, L_s, C_s, C_p, L_p, R_p et R_{ch}. H équations sont nécessaires pour calculer ces paramètres. La première équation est obtenue imposant le facteur de qualité Q de l'inductance L_p à 60 Hz. Cette équation lie directement à R_p. La seconde équation sert à calculer l'amplitude de la source de tension E à 60 Hz. Ce amplitude est calculée de façon à obtenir une tension de 424.35 $kV_{L\text{-}N}$ rms (735 $kV_{L\text{-}L}$ rms) a bornes de la charge. Les autres équations s'obtiennent en imposant six caractéristiques circuit. La première caractéristique qui est imposée est l'amplitude Z_s en Ohm de la résonar sous-synchrone. Les deux caractéristiques suivantes sont les valeurs des fréquences résonance sous-synchrone f_s et hyper-synchrone f_h. La quatrième caractéristique imposée est puissance de court-circuit S_{cc} en MVA à 60 Hz calculée au niveau de la charge. Les de dernières caractéristiques sont respectivement le rapport entre la puissance de court-circuit la puissance de la charge à 60 Hz (S_{cc}/P_{ch}), et le pourcentage de compensation série K_s.

Pour les configurations dégradées typiques du réseau Hydro-Québec, les caractéristiques mentionnées doivent répondre au cahier des charges suivant :

$250\ \Omega \leq Z_s \leq 2500\ \Omega$

$5\ \text{Hz} \leq f_s \leq 15\ \text{Hz}$

$85\ \text{Hz} \leq f_h \leq 150\ \text{Hz}$

$1500\ \text{MVA} < S_{cc} < 30000\ \text{MVA}$ (puissance triphasée)

$10 \leq S_{cc}/P_{ch} \leq 100$

$15\% < K_s < 50\%$

Le facteur de qualité de l'inductance L_p est $Q = 400$.

Le circuit équivalent de Thévenin du circuit vu des bornes de la résistance de cha R_{ch} est nécessaire pour la mise en équations. Z_s est le module de l'impédance de l'équival Thévenin évaluée à la fréquence f_s. Les parties imaginaires des valeurs propres de la matr d'état du circuit fournissent f_s et f_h. La puissance de court-circuit est le rapport du carré de tension de l'équivalent Thévenin sur l'impédance de l'équivalent Thévenin à 60 Hz. Le rapp entre la puissance de court-circuit et la puissance de la charge est obtenu en calculant le rapp entre l'impédance de la charge et l'impédance du circuit équivalent de Thévenin à 60 Hz. pourcentage de compensation série est le rapport entre l'impédance du condensateur série et l'impédance de l'inductance de ligne L_s à 60 Hz. Les paramètres du circuit sont calculés résolvant ces équations par une méthode d'optimisation non linéaire.

Exemple d'application:

Soit à trouver les paramètres du circuit vérifiant les critères suivants :

Amplitude du mode sous-synchrone Z_s : 2500 Ω

Fréquence du mode sous-synchrone f_s : 5.7 Hz

Fréquence du mode hyper-synchrone f_h : 115 Hz

Puissance de court-circuit S_{cc} : 10000 MVA

Rapport entre la puissance de court-circuit et celle de la charge : 100

Pourcentage de compensation série : 20%

Un choix judicieux des conditions initiales permet à la méthode d'optimisation d converger vers la solution :

$R_s = 2.24\ \Omega$

$L_s = 143.00$ mH (53.91 Ω à 60 Hz)

$C_s = 246.00\ \mu$F (10.78 Ω à 60 Hz)

$L_p = 2.86$ H (501.20 MVAR triphasé à 735 $kV_{L\text{-}L}$ rms avec Q = 400)

$C_p = 14.83\ \mu$F (3021.00 MVAR triphasé à 735 $kV_{L\text{-}L}$ rms)

$R_{ch} = 5402.25\ \Omega$ (100.00 MW triphasé à 735 $kV_{L\text{-}L}$ rms)

Le module et la phase de l'impédance du circuit vue des bornes où est connectée l résistance de charge R_{ch} pour les paramètres calculés sont illustrés à la figure 4.2.

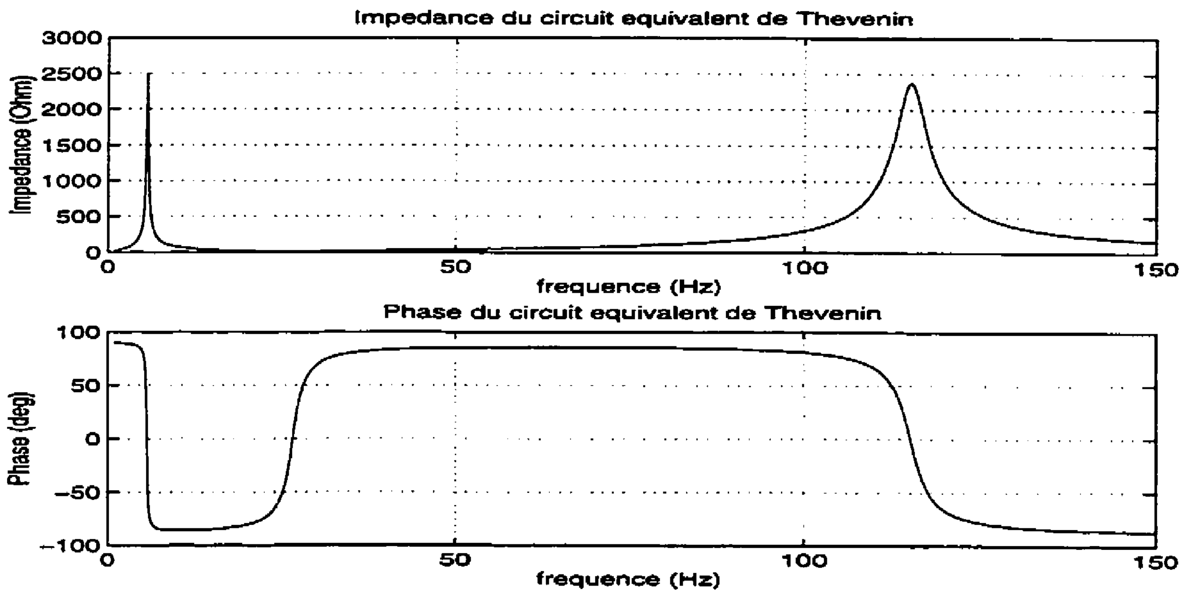


Figure 4.2 : Module et phase de l'impédance du circuit équivalent de Thévenin du réseau

Le modèle du transformateur du compensateur statique qui est alimenté par ce circı
est développé au prochain paragraphe.

4.3 Modélisation du transformateur du compensateur statique

Il existe dans la littérature de nombreux modèles de transformateurs monophasés
triphasés [44-63]. Certains modèles très évolués prennent en considération les fuit
magnétiques dues aux couplages non idéaux des enroulements primaires et secondaires,
saturation magnétique du noyau, les pertes par hystérésis et par courants de Foucault dans
fer. Une identification adéquate des paramètres de chacun des ces modèles de transformate
doit être réalisée systématiquement à partir de mesures expérimentales. Ces mesures doive
être effectuées aussi bien dans la zone linéaire du transformateur que dans la zone de saturatic
magnétique car, en régime de ferrorésonance, les transformateurs sont complètement saturé
Pour notre cas, les mesures ont été réalisées sur les transformateurs des compensateu
statiques montés au simulateur de l'IREQ.

Pour notre étude, il importe de disposer d'un modèle monophasé simple pour le
simulations numériques qui prenne en considération la saturation magnétique. Pour cet
raison, il a été choisi d'adopter le modèle traditionnel monophasé utilisé dans EMTP [44]. C
circuit, illustré à la figure 4.3, offre l'avantage non négligeable d'être simple à simul

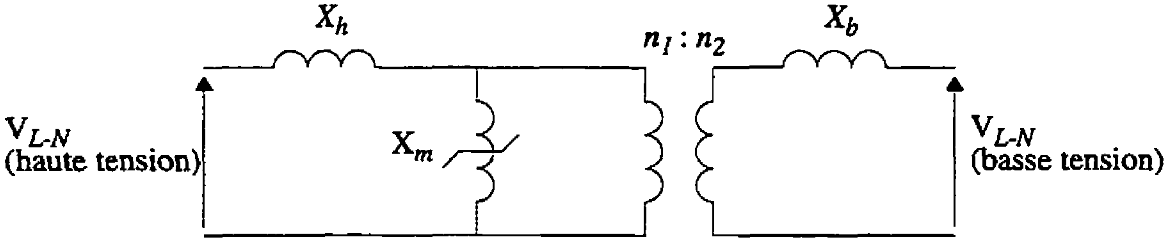


Figure 4.3 : Modèle simplifié d'un transformateur monophasé

numériquement tout en demeurant suffisamment réaliste. En effet, la saturation magnétique d
noyau de fer et les fuites dues au couplage non idéal entre le primaire et le secondaire y so
prises en considération. Le phénomène d'hystérésis et les pertes fer (pertes par hystérésis et pa
courants de Foucault dans le noyau ferromagnétique du transformateur) sont négligés. Le
matériaux magnétiques utilisés dans la construction des transformateurs des compensateu

statiques présentent un cycle d'hystérésis étroit (annexe B). Il est donc justifié, dans u première approche, de négliger le phénomène d'hystérésis. On verra au chapitre V que ce simplification est justifiée en comparant les résultats obtenus par simulation numérique et ce obtenus expérimentalement. Dans ce dernier cas le phénomène d'hystérésis e intrinsèquement pris en considération. En outre, en négligeant l'hystérésis cela perm d'observer uniquement l'influence de la saturation magnétique sur la ferrorésonance.

Remarque : La modélisation des pertes fer par une résistance shunt en parallèle av l'inductance de magnétisation a pour conséquence d'ajouter une variable d'ét supplémentaire dans le système d'équations, ce qui ralentit considérablement la simulati numérique. Par ailleurs, cette très grande résistance a, en première approximation, u influence négligeable. Il faut remarquer, cependant, qu'au chapitre V les pertes fer sont pris en considération pour les simulations en triphasé.

Quatre paramètres sont nécessaires pour définir complètement le modèle c transformateur présenté à la figure 4.3 :

X_h : réactance de fuite du côté haute tension

X_b : réactance de fuite du côté basse tension

X_m : réactance magnétisante saturable du transformateur illustrée par ur caractéristique flux-courant

X_{ach} : réactance en saturation vue du côté haute tension.

Le statisme X_s qui est la pente de la caractéristique flux-courant de la réactanc magnétisante X_m dans sa région complètement saturée est déterminé à partir de X_{ach} et de X_h $X_s = X_{ach} - X_h$

Les caractéristiques des transformateurs des compensateurs statiques utilisés sur réseau Hydro-Québec doivent répondre au cahier des charges suivant :

Puissance triphasée : 600 MVA (pour deux transformateurs en parallèle)

Tension primaire : 735 kV$_{L\text{-}L}$ rms

Tension secondaire : 16 kV$_{L\text{-}L}$ rms

Réactance en saturation du côté haute tension X_{ach} : 0.20 pu $\leq X_{ach} \leq$ 0.40 pu

Réactance de fuite du côté haute tension X_h : 0.1475 pu ($40 \leq Q \leq 60$)

Tension du coude de saturation : 1.15 pu $\leq V_{sat} \leq$ 1.40 pu

Réactance de fuite du côté basse tension X_b : 0 pu *

* La réactance de fuite secondaire est ramenée au primaire

Les bases du système pour un (pu) sont : $S_{3\varphi base}$ = 600 MVA et V$_{L\text{-}L\ base}$ = 735 kV rms pour le côté haute tension.

4.3.1 Modélisation de la caractéristique courant-flux de l'inductance magnétisante X_m du transformateur

Pour la modélisation de la caractéristique magnétique, le phénomène d'hystérésis est négligé mais la saturation magnétique est prise en compte. La modélisation consiste à lisser les points obtenus en prenant la valeur moyenne du cycle d'hystérésis relevé expérimentalement. Cette courbe est donnée par une liste de points courant-flux en pu.

La figure 4.4 illustre une caractéristique magnétique hypothétique d'une réactance saturable X_m. Le lecteur peut s'y référer pour visualiser les explications qui suivent. Dans les zones complètement saturées, la dérivée de la caractéristique est constante, c'est l'inverse du statisme X_s. Des droites s'imposent pour modéliser ces zones. La partie linéaire et les coudes de saturation sont approximés par un polynôme (voir équation 4.1)

$$I_m = sign(\varphi) \times \left(\frac{1}{X_s} \times abs(\varphi) + \left(I_{sat} - \frac{\varphi_{sat}}{X_s} \right) \right) \qquad \text{pour } abs(\varphi) \geq \varphi_{sat}$$

$$I_m = sign(\varphi) \times \left(k_1 \times abs(\varphi) + k_2 \times abs(\varphi)^{k_3} \right) \qquad \text{pour } 0 \leq abs(\varphi) < \varphi_{sat} \qquad (4.1)$$

I_m : courant magnétisant dans la branche X_m en pu

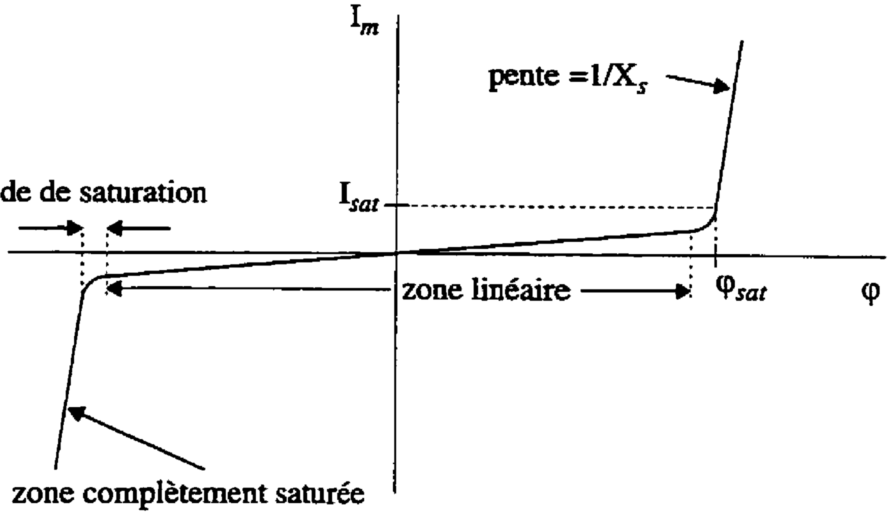


Figure 4.4 : Caractéristique courant-flux typique de l'inductance de magnétisation d'un transformateur

φ : flux magnétique dans la branche X_m en pu

sign(φ) = 1 si $\varphi > 0$

sign(φ) = 0 si $\varphi = 0$

sign(φ) = -1 si $\varphi < 0$

abs(φ) : valeur absolue du flux

φ_{sat} : flux de saturation en pu

I_{sat} : courant de saturation en pu

La constante k_1 est l'inverse de la réactance magnétisante X_m dans sa zone linéaire Cette valeur est calculée à l'aide de deux points de la zone linéaire. Un algorithm d'optimisation non linéaire est utilisé pour identifier les paramètres k_2 et k_3. L'algorithm converge lorsque la somme des erreurs quadratiques entre les données expérimentales et celle estimées par le polynôme est minimale [85].

Exemple d'application:

Soit à modéliser la caractéristique magnétique de la réactance X_m ayant comme paramètres:

φ_{sat} : 1.28 pu

I_{sat} : 0.20 pu

X_s : 0.225 pu

et dont les données expérimentales suivantes sont données en pu :

I_{m_exp} = [-0.20 -0.08 -0.03 -0.01 -0.005 0 0.005 0.01 0.03 0.08 0.2]

φ_{exp} = [-1.28 -1.25 -1.20 -1.15 -1.00 0 1.00 1.15 1.20 1.25 1.28]

La figure 4.5 illustre cette caractéristique magnétique.

La constante k_1 est la pente de la caractéristique dans la zone linéaire (k_1 = 0.005). L'algorithme d'optimisation non linéaire converge pour donner k_2 = 8.36e-5 et k_3 = 31.14. Le résultat du lissage de la courbe est présenté à la figure 4.6. Les points identifiés par un astérisque "*" sont les points expérimentaux.

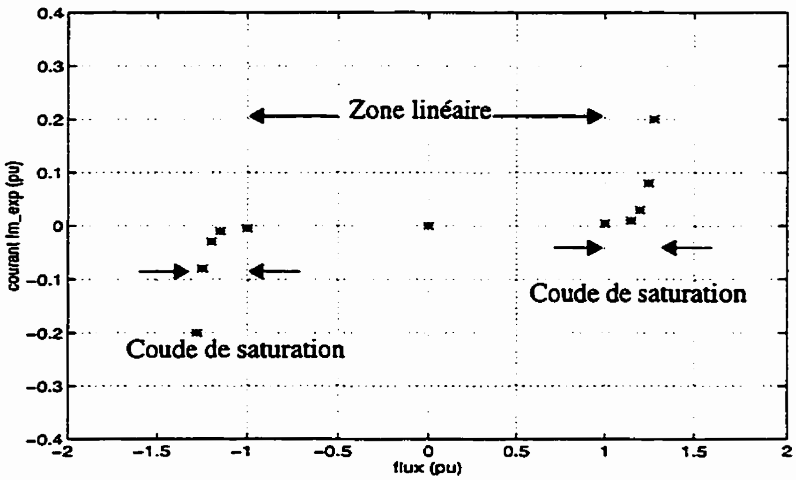


Figure 4.5 : Points expérimentaux de la caractéristique de magnétisation

4.3.2 Modélisation des dérivées première et seconde de la caractéristique courant-flux de la réactance X_m

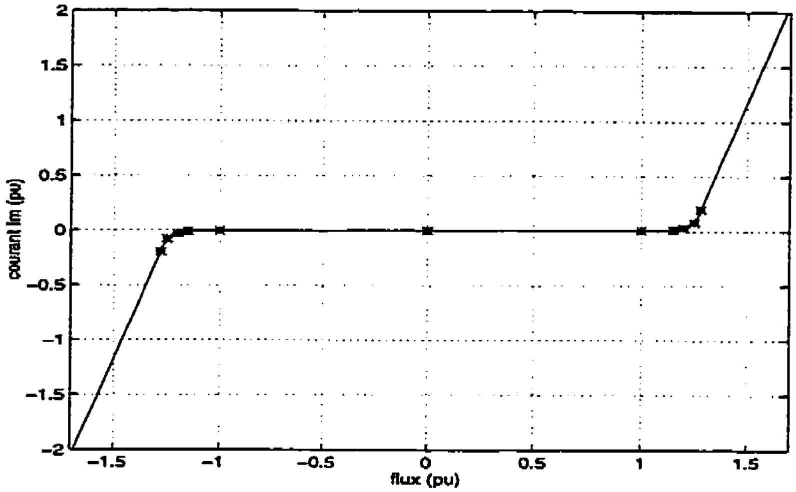


Figure 4.6 : Ajustement de la caractéristique de magnétisation

Les dérivées première et seconde du courant I_m par rapport au flux φ sont nécessai à l'utilisation des méthodes numériques.

Dans la zone linéaire, la dérivée de I_m est égale à k_1. Dans la zone complèteme saturée, la dérivée est égale à $1/X_s$. À la jonction entre le polynôme d'ajustement du coude saturation et la droite qui modélise la partie complètement saturée il y a une singularité. En point, la dérivée est indéterminée. Afin d'éviter ce problème, la dérivée du courant magnétisa I_m par rapport au flux φ est modélisée par une fonction continue et dérivable.

Les dérivées analytiques du polynôme qui ajuste le coude de saturation et de la droi qui modélise la partie complètement saturée permettent d'évaluer la dérivée de caractéristique de première aimantation I_m' pour plusieurs valeurs de flux φ. Ces points so ensuite utilisés dans un algorithme d'optimisation non linéaire pour identifier les paramètr k_4, k_5 et k_6 de la fonction I_m' (équations 4.2, 4.3, 4.4).

$$\frac{dI_m}{d\varphi} = I'_m = seuil + ampl \times \operatorname{atan}\left(k_4 \times \varphi^{30} + k_5 \times \varphi^{40} - k_6\right) \qquad (4.$$

avec

$$seuil = k_1 + ampl \times \mathrm{atan}\,(k_6) \qquad (4.3$$

$$ampl = \frac{\frac{1}{X_s} - k_1}{\frac{\pi}{2} + \mathrm{atan}\,(k_6)} \qquad (4.4$$

Dans ces dernières équations les exposants, 30 et 40, sont arbitraires. D'autres valeur peuvent être utilisées selon la courbe à définir. La dérivée seconde s'obtient en dérivan analytiquement I_m'. Pour les mêmes données que l'exemple précédent, l'algorithm d'optimisation a convergé vers la solution : $k_4 = 1.5948e\text{-}3$, $k_5 = 9.9365e\text{-}6$ et $k_6 = 8.2575e\text{-}1$ Les dérivées première et seconde sont illustrées à figure 4.7.

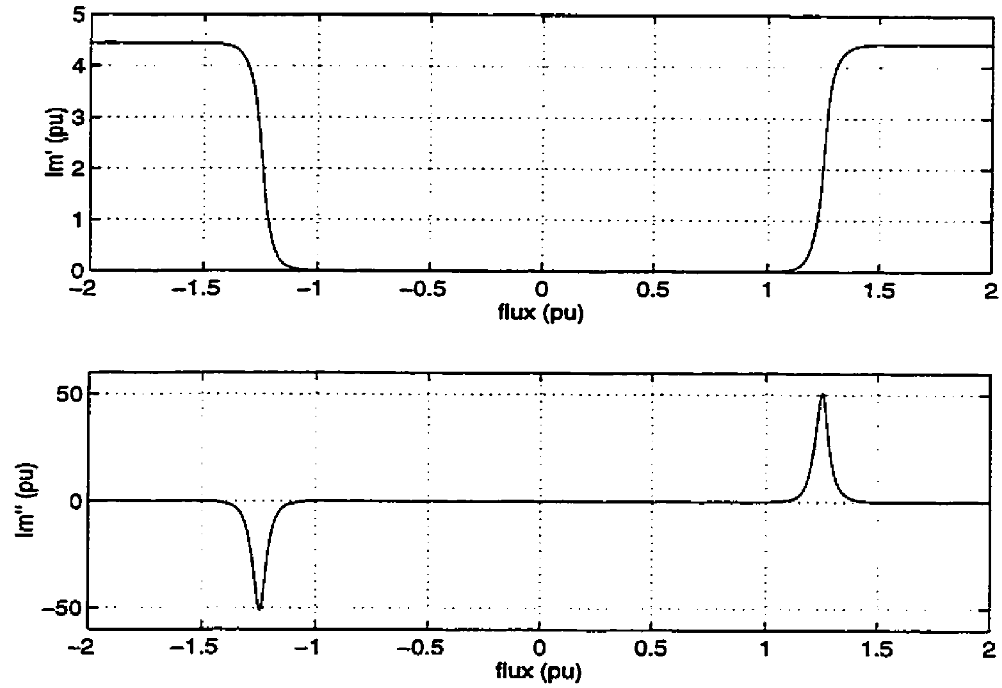


Figure 4.7 : Dérivées première et seconde du courant de magnétisation par rapport au flux

La méthode proposée pour modéliser la caractéristique courant-flux ainsi que ses dérivées première et seconde est générale et donne satisfaction.

4.3.3 Modélisation du transformateur dans le système per unit (pu)

Lorsque les impédances X_h et X_b ainsi que la caractéristique courant-flux sont donn en pu, le modèle électrique du transformateur prend la forme simplifiée illustrée à la figure 4

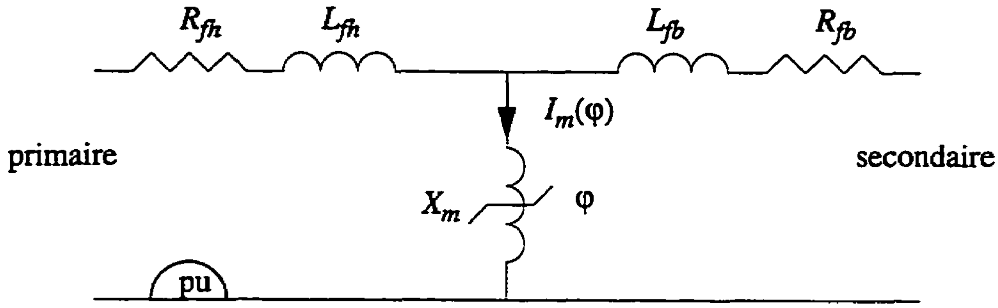


Figure 4.8 : Circuit équivalent du transformateur dans le système pu

Le facteur de qualité des réactances X_h et X_b n'est pas infini (réactances non idéale Elles sont modélisées par une inductance en série avec une résistance (figure 4.8).

Avec

$L_{fh} = X_h$ (en pu)

$R_{fh} = L_{fh}/Q$

$L_{fb} = X_b$ (en pu)

$R_{fb} = L_{fb}/Q$

Ce circuit électrique décrit complètement le modèle du transformateur monophasé d' compensateur statique. Son utilisation avec le modèle du réseau est présenté au proch paragraphe pour la mise en équations du système dynamique équivalent du réseau.

4.4 Modélisation mathématique du réseau alimentant le transformateur d' compensateur statique

L'équivalent de réseau monophasé alimentant un transformateur de compensate statique à vide est illustré à la figure 4.9. Le secondaire du transformateur étant en circ

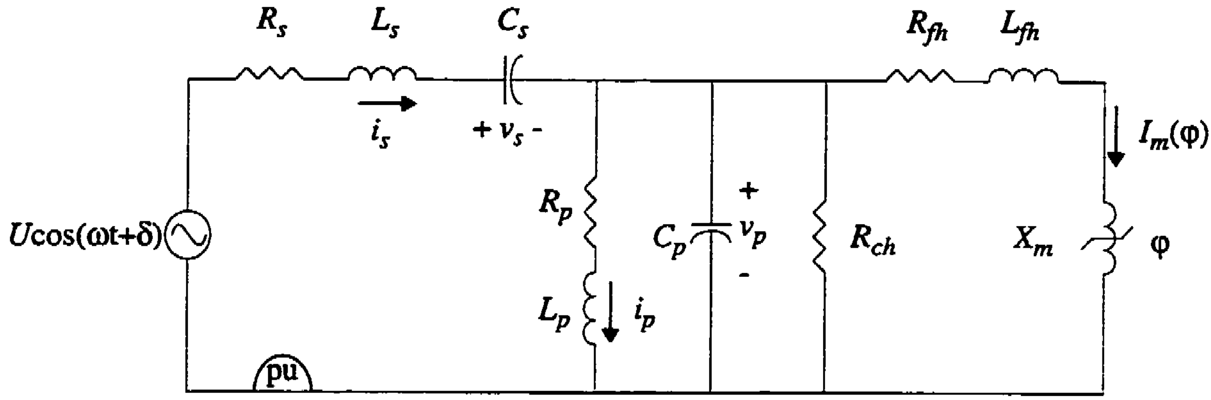


Figure 4.9 : Circuit équivalent de réseau alimentant le transformateur à vide d'un compensateur statique

ouvert, il est inutile de représenter l'inductance L_{fb} et la résistance R_{fb}. Tous les paramètres d circuit sont donnés en pu. Les équations différentielles de ce circuit non linéaire régisse l'évolution de l'état du circuit.

4.4.1 Écriture des équations d'état non linéaires du circuit

Les variables d'état du circuit sont : la tension v_s aux bornes du condensateur série C le courant i_s dans l'inductance de ligne L_s, le courant i_p dans l'inductance shunt L_p, la tensio v_p aux bornes de la capacité phase-terre C_p de la ligne et le flux magnétique φ dans la branch de magnétisation saturable X_m du transformateur.

L'application des lois des circuits de Kirchhoff conduit aux équations d'état suivante:

$$\dot{v}_s = \frac{1}{C_s} i_s$$

$$\dot{i}_s = \frac{1}{L_s}(-v_s - R_s i_s - v_p + U\cos(\omega t + \delta))$$

$$\dot{i}_p = \frac{1}{L_p}(-R_p i_p + v_p) \qquad (4$$

$$\dot{v}_p = \frac{1}{C_p}\left(i_s - i_p - \frac{v_p}{R_{ch}} - I_m(\varphi) \right)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{1}{(L_{fh} I'_m(\varphi) + 1)}(v_p - R_{fh} I_m(\varphi))$$

Sous forme matricielle ce système s'écrit :

$$\dot{X} = AX + BE \qquad (4$$

Dans l'équation (4.6) X est un vecteur contenant les variables d'état, A est une foncti matricielle non linéaire d'évolution, B est la matrice d'application de la commande et E l'entrée du système [89].

$$X = \begin{bmatrix} v_s \\ i_s \\ i_p \\ v_p \\ \varphi \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad E = U\cos(\omega t + \delta)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C_s} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} & 0 & -\frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_p}{L_p} & \frac{1}{L_p} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_p} & -\frac{1}{C_p} & -\frac{1}{C_p R_{ch}} & -\frac{I_m(\varphi)}{C_p \varphi} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{(L_{fh} I'_m(\varphi) + 1)} & -\frac{R_{fh} I_m(\varphi)}{(L_{fh} I'_m(\varphi) + 1)\varphi} \end{bmatrix}$$

Pour un système linéaire, sans saturation magnétique du transformateur, la matric est à coefficients constants. Ses valeurs propres renseignent sur la dynamique linéaire système d'équations. La partie réelle des valeurs propres de A correspond à l'armortissem et la partie imaginaire correspond à la fréquence angulaire des modes naturels.

4.5 Modélisation en triphasé

La majeure partie de l'étude de la ferrorésonance a été réalisée sur un circuit équival monophasé du réseau. Cette approche est intéressante dans la mesure où le nombre d'équatic est relativement restreint, ce qui permet de mettre en oeuvre les méthodes numériq présentées au troisième chapitre et d'effectuer plus facilement une étude paramétriq Toutefois, cette approche ne permet pas de prendre en compte l'influence des connections transformateur triphasé. Il est donc nécessaire de modéliser le réseau triphasé et transformateur triphasé.

Le circuit de la figure 4.1, qui est le circuit équivalent monophasé d'une phase réseau, est utilisé pour chacune des trois phases. Les neutres des sources de tension sont reli entre eux et connectés directement à la terre.

Un transformateur triphasé de compensateur statique est composé de tr transformateurs monophasés. Comme les circuits magnétiques sont découplés, chaq transformateur monophasé peut être modélisé comme à la section §4.3. Le primaire transformateur est connecté en étoile avec le neutre mis à la terre et le secondaire est conne en triangle.

Ce modèle du réseau triphasé et du transformateur triphasé est utilisé au cinquièr chapitre, pour des simulations numériques, afin de vérifier l'influence des connections transformateur.

4.6 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre la modélisation, par circuit équivalent, du rése compensé série et shunt. Ce modèle simple permet de reproduire une résonance sou

synchrone et une résonance hyper-synchrone avec des amplitudes et des fréquen
compatibles avec celles observées sur le réseau Hydro-Québec compensé série et shunt.

Pour le transformateur, nous avons sélectionné un modèle simple qui prend en com
la saturation magnétique. L'intérêt d'un tel modèle se situe au niveau du temps de calcul d
les simulations numériques. Par ailleurs, il n'est pas nécessaire de sélectionner un modèle
évolué pour faire apparaître les phénomènes de ferrorésonance, il suffit uniquement de b
modéliser la caractéristique du transformateur en saturation.

Le prochain chapitre présente les résultats de nos recherches sur la ferrorésonance d
le réseau Hydro-Québec compensé série.

Chapitre V

Résultats de l'étude de la ferrorésonance sur le configurations dégradées du réseau Hydro-Québec compensé série et shunt

Ce chapitre est consacré à la présentation des résultats de nos recherches sur l'étude la ferrorésonance dans les configurations dégradées du réseau Hydro-Québec.

Le premier paragraphe traite des aspects généraux de l'étude de la ferrorésonance da les réseaux. On y discute en particulier de l'approche à adopter pour aborder d'une faç méthodique les problèmes de ferrorésonance. Une interprétation physique de la ferrorésonan est donnée au second paragraphe. Cette interprétation qualitative nous permet d'avoir u compréhension qualitative globale du phénomène. Les paramètres importants agissant s l'apparition des régimes ferrorésonants dans les configurations dégradées du réseau Hydr Québec sont déterminés au paragraphe §5.3. Le paragraphe §5.4 traite d'un cas typique ferrorésonance qu'on a prédit et calculé avec les outils mathématiques présentés au troisièn chapitre. La présentation et la description des essais réalisés au simulateur analogique l'IREQ pour valider nos résultats théoriques et pour étudier l'influence de la commande d compensateurs statiques sur la ferrorésonance font l'objet du paragraphe §5.5. Les solutio envisagées pour éliminer le problème de ferrorésonance sont décrites au dernier paragraphe.

5.1 Généralités

Pour un opérateur de réseau il est essentiel d'être en mesure de juger si les différen configurations du réseau peuvent donner lieu à des phénomènes de ferrorésonance. Il f également qu'il puisse apporter les correctifs nécessaires pour éliminer ces problèm lorsqu'ils surviennent. Pour pouvoir porter un jugement éclairé sur les risques ferrorésonances et pour prendre les bons moyens correctifs qui s'imposent, il est impéra d'avoir une compréhension globale du phénomène de ferrorésonance. Bien que les méthod mathématiques développées aux chapitres II et III soient utilisées pour calculer et pour analy les solutions ferrorésonantes, elles ne permettent pas pour autant d'atteindre ce compréhension globale. Certes, elles sont nécessaires à l'étude de la ferrorésonance, mais ell sont limitées dans la mesure où elles ne sont que complémentaires à une analyse physiq essentiellement qualitative du phénomène. En effet, les méthodes mathématiques qualitativ présentées aux chapitre II sont très utiles pour décrire les solutions ferrorésonantes et po identifier leur nature, mais elles ne sont d'aucune utilité pour prédire leur apparition dans réseau.

Au chapitre III nous avons présenté des méthodes numériques pour calculer d solutions périodiques spécifiques comme des solutions sous-harmoniques par exemple. C méthodes sont performantes pour trouver rapidement les régimes permanents non linéaires condition, cependant, que ces solutions existent et que nous ayons une bonne approximati initiale pour utiliser efficacement les méthodes itératives de recherche de leurs régim permanents. Deux problèmes se posent :

D'abord il n'existe pas, a priori, de méthode pour déterminer si un système dynamiq donné peut admettre plusieurs solutions en régime permanent. Même si le système consid admet différentes solutions, il n'y a aucun moyen de connaître leurs natures : périodiqu fondamentales et/ou sous-harmoniques, quasi-périodiques et chaotiques.

Le choix de l'approximation initiale pour la mise en oeuvre des méthodes itérativ constitue le deuxième problème. Il est fréquent qu'il soit nécessaire d'essayer plusieu conditions initiales avant que les méthodes itératives convergent. Ces deux problèmes font sorte que l'utilisation des différentes méthodes numériques présentées au chapitre III po calculer les régimes ferrorésonants peut s'avérer une tâche fastidieuse qui souvent ne donne p entière satisfaction car on peut passer un temps considérable à chercher des solutions q n'existent pas.

D'autre part, les études paramétriques avec la méthode de continuation décrite chapitre III sont facilement réalisables sur un petit circuit. Mais lorsqu'il y s'agit d'un circ équivalent de réseau où il y a au moins six paramètres pour décrire les caractéristiques réseau (chapitre IV), il est complètement inutile de se lancer aveuglement dans des étuc paramétriques. Le nombre de combinaisons différentes des paramètres est beaucoup trop éle Il y a tout intérêt à sélectionner les paramètres les plus significatifs pour l'existence de ferrorésonance.

Devant ces difficultés liées à l'utilisation aveugle des méthodes numériques, il nécessaire d'essayer d'atteindre une compréhension globale de la ferrorésonance pour préd à l'avance les cas potentiels de son appararition et pour orientier rapidement l'utilisation outils mathématiques vers la recherche des solutions spécifiques qui peuvent survenir. Dans contexte, l'utilisation des méthodes mathématiques s'avère efficace. Si on est incapal d'atteindre ce niveau de compréhension et la synthèse qui s'y associe, il est préférable s'orienter uniquement vers des études analogiques au simulateur plutôt que vers des étud numériques. Avec les difficultés que cela suppose : n'est-il pas plus compliqué d'identifier modèles analogiques de simulation de phénomènes non linéaires? Les non-linéarités observé sont-elles réelles ou propres au simulateur analogique?

Le prochain paragraphe donne une interprétation physique de la ferrorésonance. Ce étude essentiellement qualitative nous permet d'avoir une meilleure compréhension de ferrorésonance.

5.2 Interprétation physique de la ferrorésonance

La définition de la ferrorésonance est donnée au premier chapitre. D'après cet définition quatre conditions sont nécessaires pour l'existence de ce phénomène dans un circu

1- le circuit doit être excité par une ou plusieurs sources de tensions (habituelleme sinusoïdales)

2- il doit y avoir un ou plusieurs éléments non linéaires constitués d'un matéri ferromagnétique saturable comme les inductances ou les transformateurs

3- il doit y avoir un ou plusieurs condensateurs pour échanger de l'énergie av l'élément non linéaire

4- les pertes doivent être faibles

L'objectif de ce paragraphe est d'ajouter une cinquième condition nécessaire pour l'obtention de la ferrorésonance. Dans le cas particulier de l'étude de la ferrorésonance du réseau Hydro-Québec compensé série et shunt, cette condition va faciliter considérablement le choix des solutions à rechercher.

Puisqu'une expression analytique générale des solutions ferrorésonantes est inexistante, il est nécessaire de recourir à des résultats empiriques pour déterminer cette cinquième condition. Les nombreuses simulations numériques, aussi bien sur des circuits simples comme un circuit RLC série que sur des circuits plus complexes comme celui qui modélise les configurations dégradées du réseau Hydro-Québec, nous ont permis de mettre en évidence une propriété fondamentale des solutions ferrorésonantes qui peut se déduire très simplement à partir de l'analyse de l'impédance du circuit.

Bien qu'un système dynamique puisse théoriquement admettre plusieurs solutions stables en régime permanent, nous avons constaté, en pratique, que le nombre de solutions est assez limité. L'apparition d'une solution non linéaire plutôt qu'une autre n'est pas le fruit du hasard. Elle est intimement liée aux résonances naturelles du circuit. Nous avons constaté que dans tous les cas de ferrorésonance observés, il y a un changement qualitatif de l'impédance du circuit, à la fréquence de base de la solution ferrorésonante, selon que l'élément non linéaire est non saturé ou saturé. On entend par changement qualitatif de l'impédance une transition du comportement du type inductif au type capacitif ou du type capacitif au type inductif. Il semble que ce changement soit une condition nécessaire à l'existence de la solution ferrorésonante. Ce changement qualitatif est essentiellement dû à la saturation magnétique de l'élément non linéaire dans le circuit. Au prochain paragraphe on démontre ce phénomène à partir d'un exemple.

5.2.1 Effet de la saturation magnétique sur les modes naturels d'oscillation du système non linéaire

Dans un circuit résonnant, lorsqu'une inductance ou un transformateur entre en saturation magnétique, son impédance chute considérablement, ce qui a pour effet de changer la fréquence des modes naturels d'oscillation du circuit. Ce changement peut se calculer très facilement en évaluant les valeurs propres de la matrice d'état du système d'équations du circuit linéarisé dans sa zone linéaire et dans sa zone de saturation magnétique. Une autre façon très simple de visualiser ce phénomène est de tracer l'impédance du circuit en fonction de la fréquence pour deux états différents de l'élément non linéaire. Le premier état correspon l'état non saturé et le second à l'état saturé.

Le circuit RLC série de la figure 5.1 est utilisé pour illustrer ce phénomène. L paramètres du circuit sont : R = 20.00 Ω , C = 10.00 μF, u = 100.00 V, ω = 376.99 rd/s et δ 1.57 rd. La caractéristique non linéaire de l'inductance est illustrée à la figure 5.2. Ce caractéristique est composée de trois segments de droites. Le premier, qui passe par l'origi est utilisé pour modéliser le comportement linéaire de l'inductance. Les deux autres segme correspondent à son état de saturation magnétique. Lorsque l'inductance n'est pas saturée,

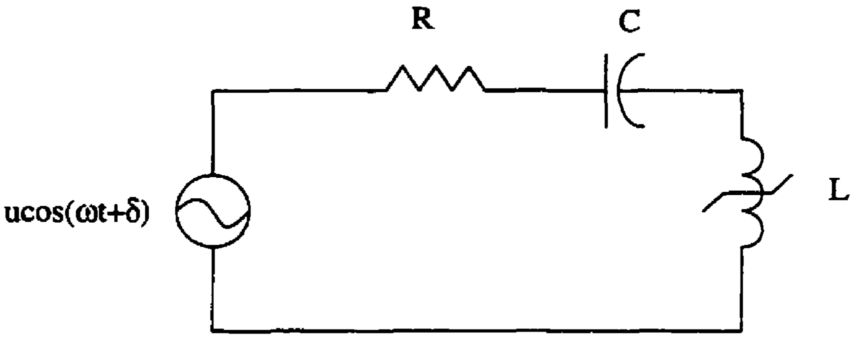


Figure 5.1 : Circuit RLC non linéaire

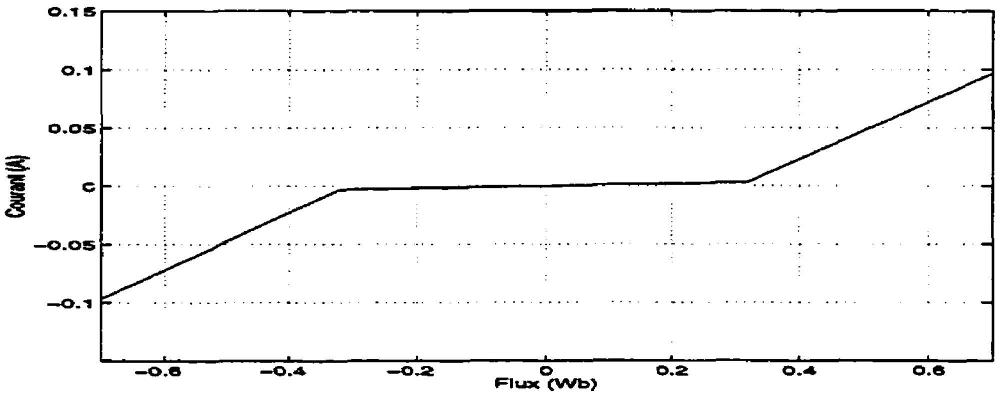


Figure 5.2 : Caractéristique de première aimantation de l'inductance

valeur est donnée par la pente du premier segment de droite. Avec cette valeur, l'impédance circuit en fonction de la fréquence, vue de la source de tension, est illustrée à la figure 5.3 Lorsque l'inductance est saturée, sa valeur est donnée par la pente des segments de droites q modélisent les zones de saturation. En saturation magnétique, l'impédance du circuit vue de source de tension est illustrée à la figure 5.3 b). Sur ces dernières figures on constate que

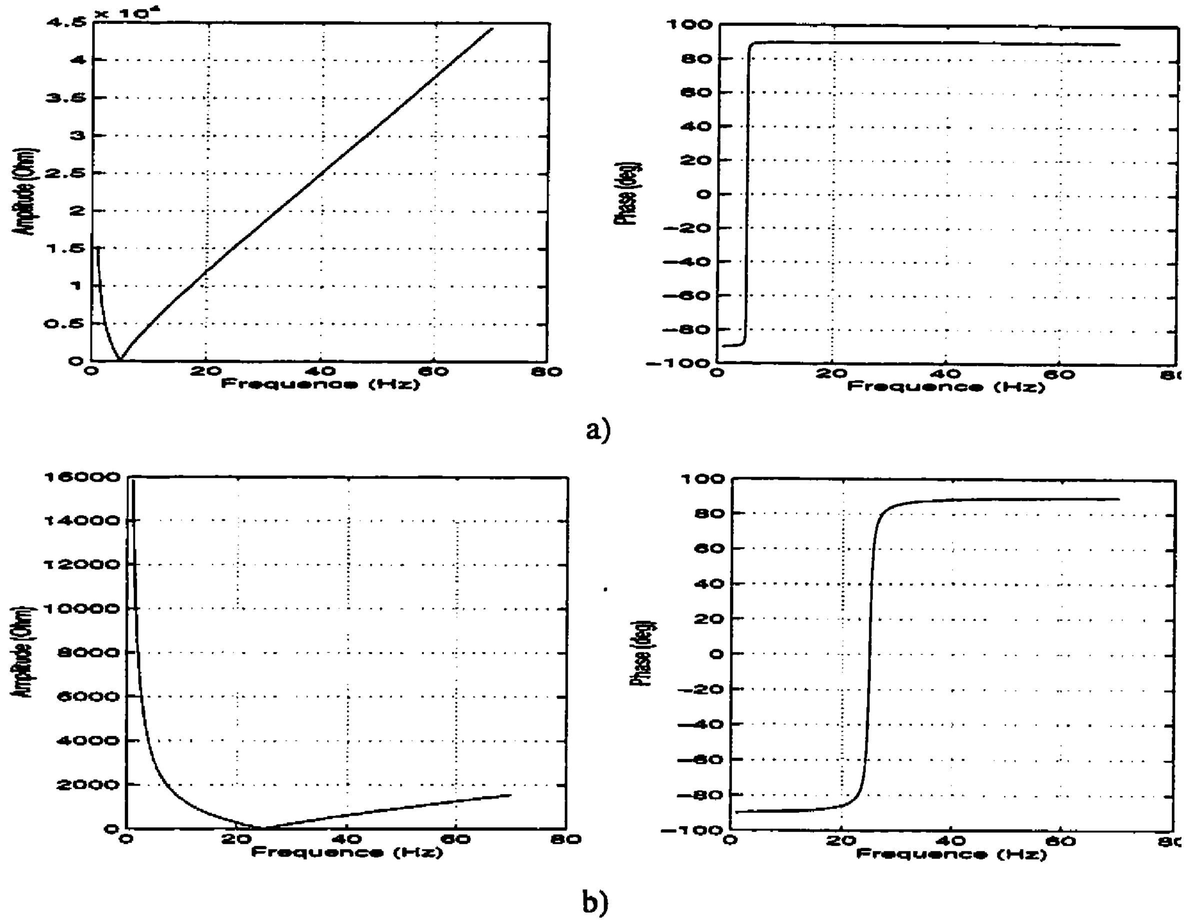


Figure 5.3 : a) Impédance : amplitude et phase lorsque l'inductance n'est pas saturée; b) impédance : amplitude et phase lorsque l'inductance est saturée

fréquence d'oscillation naturelle du circuit, qui se manifeste par un minimum de l'amplitu de l'impédance, change de valeur selon l'état de saturation de l'inductance. Lorsque cet dernière n'est pas saturée, le mode d'oscillation a une fréquence de 5 Hz. Pour des fréquenc supérieures à 5 Hz, le circuit se comporte qualitativement comme une inductance. En effet, caractéristique ascendante de l'amplitude de son impédance et sa phase, qui est pratiqueme à 90^0, sont des caractéristiques typiques de l'impédance d'une inductance (figure 5.3 a)). U analyse similaire permet de conclure que pour des fréquences inférieures à 5 Hz le circuit comporte qualitativement comme un condensateur.

Cependant, lorsque l'inductance est saturée, la fréquence du mode naturel d'oscillati n'est plus 5 Hz, mais plutôt 25 Hz. Ce changement de fréquence est causé par la diminution l'inductance lorsque le noyau ferromagnétique de l'inductance est saturé. Dans ce dernier ca le circuit a un comportement inductif pour des fréquences supérieures à 25 Hz et comportement capacitif pour des fréquences inférieures à 25 Hz.

En comparant le cas non saturé au cas saturé, on s'aperçoit que pour des fréquenc inférieures à 5 Hz il n'y a pas de changement qualitatif sur l'impédance du circuit. Il en est même pour des fréquences supérieures à 25 Hz. Cependant, pour les fréquences compris entre 5 Hz et 25 Hz, l'impédance du circuit change, elle est inductive lorsque l'inductance n' pas saturée et elle est capacitive lorsque l'inductance est saturée. On constate également q pour cette gamme de fréquence, l'amplitude de l'impédance est beaucoup plus faible saturation magnétique que lorsque l'inductance n'est pas saturée.

Le circuit non linéaire de la figure 5.1 peut donc être considéré comme deux circu linéaires : un circuit linéaire où l'inductance prend sa valeur non saturée et où son impédan est illustrée à la figure 5.3 a) et un circuit linéaire où l'inductance est constante avec une vale correspondant à l'état de saturation magnétique et où l'impédance est celle de la figure 5.3 l C'est l'état de saturation de l'inductance qui dicte en tout temps lequel des deux circu linéaires correspond au circuit réel non linéaire. Par ailleurs, chacun des deux circuits possè une dynamique linéaire propre, indépendante de celle de l'autre. En régime transitoire ou régime permanent, si l'inductance passe alternativement d'un état saturé à un état non satu la dynamique non linéaire du circuit est une combinaison, qui peut être très complexe, de dynamique linéaire de chacun des deux circuits.

5.2.2 Exemple d'un phénomène de ferrorésonance sous-harmonique

Pour expliquer la naissance et la persistance d'un régime ferrorésonant on considère cas suivant. Supposons qu'à partir du fonctionnement en régime permanent normal, l'inductance n'est pas saturée, une manoeuvre quelconque perturbe le circuit de telle sorte q l'inductance entre en saturation magnétique. À cet instant, l'impédance de l'inductance chu jusqu'à sa valeur en saturation magnétique. Il s'ensuit alors un régime transitoire. Durant to le temps que l'inductance est saturée, la dynamique est imposée par celle du circuit linéaire q correspond au fonctionnement en saturation de l'inductance. Comme ce circuit a u inductance faible, une grande quantité d'énergie est injectée dans le circuit par la source tension. En particulier le courant d'appel charge le condensateur série. De plus, la constante temps de ce circuit étant faible, le régime permanent a tendance à s'établir rapidement. C conçoit aisément que, lors de la prochaine alternance, c'est-à-dire lorsque l'inductance pass

de son état de saturation magnétique à son état normal, les variables d'état dans le circuit, c
sont la tension dans le condensateur série et le flux magnétique dans l'inductance, ne sont p
celles du régime permanent normal. En fait, à cause du changement qualitatif de l'impédan
et à cause de la grande quantité d'énergie qui a été injectée dans le circuit durant s
fonctionnement en saturation magnétique, les variables d'état sont très éloignées de celles
régime permanent normal. Elles se rapprochent davantage de celles du régime permanent
circuit avec l'inductance saturée. Par conséquent, il s'ensuit un autre régime transitoire qui
cette fois-ci imposé par la dynamique linéaire du circuit qui correspond au fonctionnement n
saturé de l'inductance. Comme l'impédance du circuit est relativement grande, sa constante
temps l'est aussi; par conséquent, le condensateur a tendance à conserver sa charge. Il conser
pratiquement cet état jusqu'à ce que l'inductance sature de nouveau. Dans ce cas, il y a enco
un échange d'énergie entre la source et le circuit, due à la faible impédance de ce dernier
saturation magnétique, et le cycle se répète. La solution qui s'établit en régime permanent
dictée à la fois par la dynamique linéaire du circuit qui correspond à l'inductance non satur
et par la dynamique linéaire du circuit dont l'inductance est saturée. Cependant, comme l
transferts d'énergie s'effectuent surtout lorsque l'inductance est saturée, le circu
correspondant imposera davantage son comportement. Pour l'exemple considéré, on peut do
s'attendre à avoir une solution dont le contenu spectral est composé de raies dans la gamme
fréquence situées entre 5 Hz et 25 Hz, en plus de la composante fondamentale à 60 Hz et de s
harmoniques et des harmoniques des fréquences sous-synchrones. Cette solution peut êt
périodique, quasi-périodique ou chaotique.

Pour l'exemple décrit au paragraphe §5.2.1, on démontre qu'en plus de la soluti
normale (figure 5.4 a)) il existe aussi une solution ferrorésonante (figure 5.4 b)). Cette derniè
est périodique sous-harmonique 3 (20 Hz). C'est la seule solution ferrorésonante qu'on
trouvé pour ce circuit. Sur la figure 5.3 b) on remarque qu'à la fréquence de 20 Hz l'amplitu
de l'impédance du circuit est faible et que sa phase est d'environ -85^0, ce qui indique que
circuit est principalement capacitif à cette fréquence.

Empiriquement, on a constaté que pour les circuits monophasés les solutio
périodiques sont beaucoup plus fréquentes que les solutions quasi-périodiques et chaotique
Les solutions périodiques sont forcément synchronisées avec la source de tension, ce qui a po
effet que les échanges d'énergie sont également périodiques. Pour cette raison, il est faci
d'entretenir ces solutions. Par ailleurs, on a remarqué que les solutions périodiques en régin
permanent ont toujours une fréquence de base qui se situe entre la fréquence du mode natu

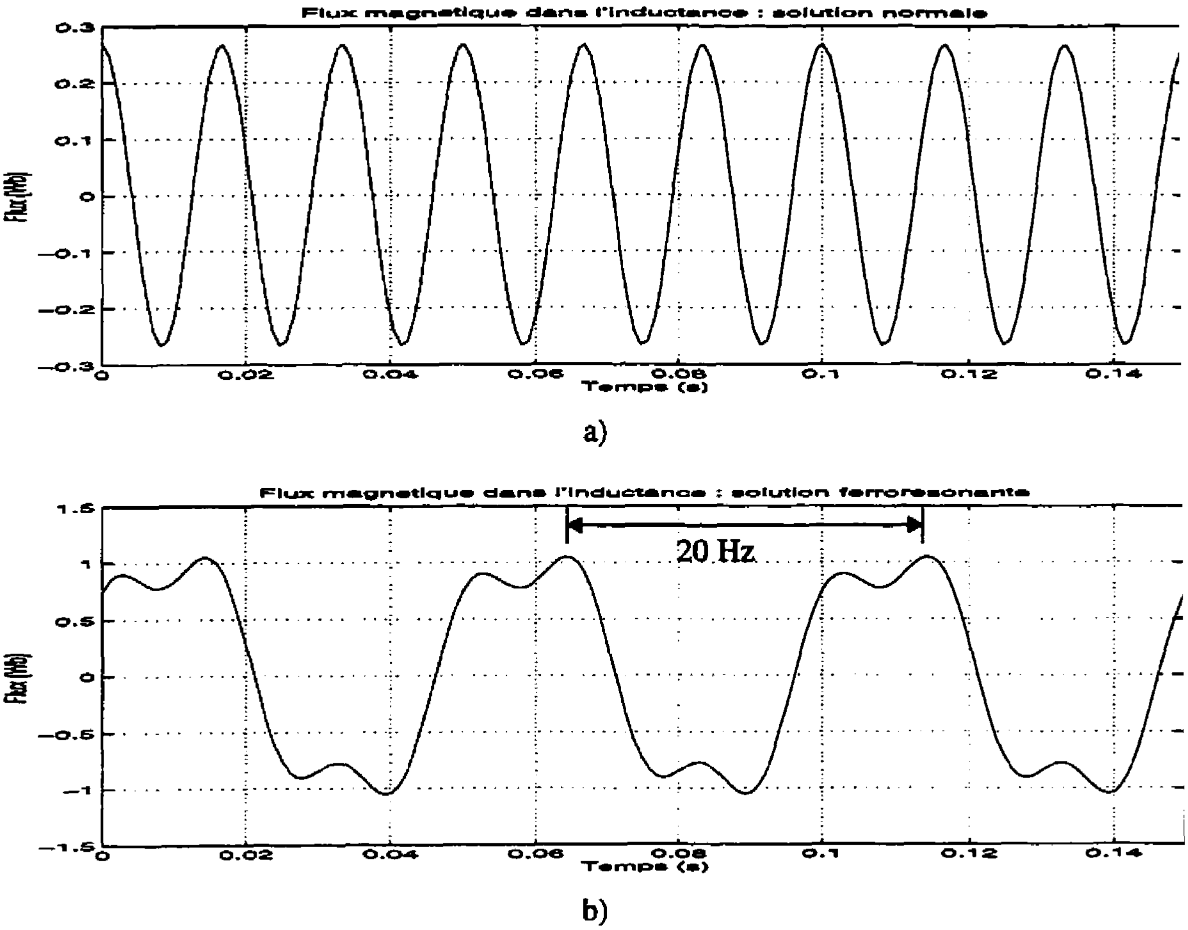


Figure 5.4 : a) Flux magnétique dans l'inductance pour la solution normale, b) flux magnétique dans l'inductance pour la solution ferrorésonante sous-harmonique 3 (20 Hz)

en linéaire et celle du mode naturel d'oscillation en saturation. La fréquence de base se sit donc dans le domaine fréquentiel où il y a un changement qualitatif de l'impédance du circui De plus, comme c'est le circuit correspondant au fonctionnement en saturation magnétique q influe davantage sur la dynamique du système, la fréquence de base du régime perman périodique se situe près de la fréquence du mode naturel de ce circuit.

5.2.3 Cinquième condition nécessaire pour obtenir des solutions ferrorésonantes

De façon générale, toutes les simulations effectuées nous permettent d'établir la règ empirique suivante qui peut être considérée comme la cinquième condition nécessaire po l'obtention de la ferrorésonance :

Une solution ferrorésonante périodique peut exister à condition qu'il y ait changement qualitatif de l'impédance du circuit vis-à-vis de la fréquence de b de cette solution. De plus, il faut que l'amplitude de l'impédance soit faible p cette fréquence de façon à ce qu'il y ait peu d'amortissement. Cette rè qualitative s'applique également aux solutions quasi-périodiques et chaotiqu Pour ces dernières solutions, les fréquences dominantes de leurs solutions ser celles pour lesquelles il y a un changement qualitatif de l'impédance du circuit

Dans l'exemple traité, l'application de cette règle permet de conserver uniquement solutions sous-harmoniques dans la gamme de 5 Hz à 25 Hz comme étant des cas potentiels ferrorésonance. Toutes les autres solutions périodiques sont à rejeter. Par ailleurs, on v immédiatement que la solution sous-harmonique 3 risque plus que toute autre solut d'exister puisque l'impédance du circuit est faible et qu'à cette fréquence il y a un changem qualitatif de l'impédance.

L'analyse qualitative de l'impédance du circuit peut être généralisée. Elle p s'appliquer aussi bien à l'impédance d'un circuit très simple comme dans l'exemple précéde qu'à l'impédance d'un réseau très complexe. C'est d'ailleurs ce qui en fait son grand intéré

À partir de cette analyse qualitative, il est alors possible d'utiliser les métho numériques présentées au troisième chapitre pour vérifier si les solutions ferrorésonan prédites par l'analyse qualitative existent réellement.

Remarque : Dans notre exemple, l'inductance ne peut admettre que deux états : s non saturée ou soit complètement saturée. Les niveaux de saturation intermédiaires ne sont p pris en compte; il aurait fallu modéliser le coude de saturation pour les considér Physiquement, la fréquence du mode naturel d'oscillation se déplace d'une façon continue, fonction du niveau de saturation, entre 5 Hz et 25 Hz plutôt que d'avoir deux valeurs discrè : 5 Hz et 25 Hz. Cependant, la modélisation fine du coude de saturation n'apporte rien de p à la description qualitative fondamentale du phénomène. Par ailleurs, dans un fonctionnem normal ou en ferrorésonance, le flux magnétique passe beaucoup plus de temps dans les zo non saturée et complètement saturées que dans les zones correspondant du coude saturation. En pratique, on a constaté que la modélisation par segments de droites don satisfaction pour chercher les solutions ferrorésonantes. La modélisation du coude saturation est requise uniquement pour une analyse quantitative plus précise.

5.3 Détermination des paramètres importants pour l'étude de l'apparition de ferrorésonance sur le réseau Hydro-Québec compensé série

L'analyse qualitative présentée au paragraphe précédent est utilisée ici sur le circu monophasé qui modélise une configuration dégradée typique du réseau Hydro-Québec. Cet analyse permet de déterminer d'une part les cas potentiels de ferrorésonance et d'autre part l paramètres significatifs liés à l'apparition de ce phénomène. Bien que cette étude soit effectu à partir d'un circuit particulier, ses résultats qualitatifs peuvent être généralisés aux topologi dégradées du réseau Hydro-Québec.

5.3.1 Effet de la saturation magnétique sur les modes naturels d'oscillation du résea Hydro-Québec

La figure 5.5 illustre le circuit monophasé équivalent d'une configuration dégradée d réseau Hydro-Québec, ainsi que son impédance vue de la source de tension lorsque l transformateur n'est pas saturé. Les caractéristiques de ce réseau sont :

Amplitude du mode sous-synchrone Z_s : 2500 Ω

Fréquence du mode sous-synchrone f_s : 15 Hz

Fréquence du mode hyper-synchrone f_h : 115 Hz

Puissance de court-circuit P_{cc} : 10000 MVA

Rapport de la puissance de court-circuit sur celle de la charge : 100

Pourcentage de compensation série : 50%

Les paramètres du circuit sont :

$R_s = 5.67\ \Omega$

$L_s = 257.22$ mH (96.97 Ω à 60 Hz)

$C_s = 54.69\ \mu$F (48.50 Ω à 60 Hz)

$L_p = 1.55$ H (584.34 Ω à 60 Hz ou 924.51 MVAR triphasé à 735 $kV_{L\text{-}L}$ rms avec u facteur de qualité Q = 400)

$R_p = 1.46\ \Omega$

$C_p = 9.85\ \mu F$ (269.30 Ω à 60 Hz ou 2006.05 MVAR triphasé à 735 $kV_{L\text{-}L}$ rms)

$R_{ch} = 5402.25\ \Omega$ (100.00 MW triphasé à 735 $kV_{L\text{-}L}$ rms)

Les spécifications du transformateur sont :

Puissance apparente triphasée : 600 MVA

Tension primaire : 424.35 $kV_{L\text{-}N}$ rms (735 $kV_{L\text{-}L}$ rms)

Tension secondaire : 9.24 $kV_{L\text{-}N}$ rms (16 $kV_{L\text{-}L}$ rms)

La réactance de fuites primaire du transformateur, ainsi que la caractéristique magnétique de la réactance de magnétisation X_m sont données dans le système per unit (pu) avec les valeurs de base suivantes : $S_{3\varphi base}$ = 600 MVA et $V_{L\text{-}L\ base}$ = 735 kV rms pour le côté haute tension.

Le coude de saturation est tel que $\varphi_{sat} = 1.28$ pu

La réactance en saturation du côté haute tension est $X_{ach} = 0.270$ pu

La réactance de fuites du côté haute tension est $XL_{fh} = L_{fh} = 0.135$ pu

Le facteur de qualité de l'inductance de fuites primaire est $Q_f = 40.9$.

Considérons la figure 5.5. Sur cette figure, la résonance sous-synchrone à 15 Hz (dernière courbe de la figure 5.5) est principalement causée par l'interaction entre le condensateur C_s et l'inductance shunt L_p; elle est représentée par un minimum sur l'impédance. La résonance hyper-synchrone est associée, principalement, à l'interaction entre l'inductance de la ligne L_s et la capacité phase-terre de la ligne modélisée par le condensateur C_p; cette résonance est représentée par un minimum d'impédance à 115 Hz. La résonance parallèle entre l'inductance shunt L_p de la compensation shunt passive et la capacité phase terre de la ligne C_p donne un maximum d'impédance à 40 Hz. Dans ce circuit, le transformateur n'est pas saturé. La réactance de magnétisation X_m est très grande, l'impédance du transformateur a donc une influence négligeable sur l'impédance globale du circuit vue de la source de tension.

Cependant, lorsque le transformateur est saturé, son inductance de magnétisation e faible. Dans ce cas, l'impédance du transformateur ne peut plus être négligée. L'impédance (circuit, avec la prise en compte de la saturation magnétique, est illustrée à la figure 5.6. S cette figure la résonance sous-synchrone est due à l'interaction entre le condensateur C_s de compensation série et la combinaison parallèle de l'inductance shunt L_p et de l'inductance (transformateur. Cette dernière est la somme de son inductance de fuites et de son inductan de magnétisation saturée. La fréquence de la résonance sous-synchrone s'est déplacée environ 25 Hz (dernière courbe de la figure 5.6). On constate immédiatement que pour fréquence sous-synchrone de 20 Hz, qui est un sous-harmonique 3, il y a un changeme qualitatif de l'impédance du circuit. Par ailleurs, on remarque également que si C_s demeu constant c'est la valeur de l'inductance en saturation du transformateur qui impose la fréquen du mode d'oscillation sous-synchrone. L'impédance du transformateur a également u influence significative sur la résonance hyper-synchrone et sur la résonance entre compensation passive shunt et la capacité phase-terre de la ligne.

L'examen des impédances des figures 5.5 et 5.6 montre clairement qu'il y a d probabilités non négligeables d'obtenir de la ferrorésonance sous-synchrone dans la gamme (fréquence comprises entre 15 Hz et 25 Hz. En particulier, il est fort possible qu'il y ait de ferrorésonance périodique sous-harmonique 3 (20 Hz) car, pour cette fréquence sou harmonique, il y a un changement qualitatif significatif de l'impédance et l'amplitude de cet impédance est faible à cette fréquence. Par ailleurs, on peut pratiquement conclure qu'il n' aura pas de ferrorésonance fondamentale car l'amplitude du circuit à 60 Hz est relativeme élevée par rapport à celle du mode sous-synchrone.

De façon générale, on peut conclure que si les paramètres du circuit demeurent fixe c'est la pente de la caractéristique de magnétisation du transformateur avec son inductance d fuites primaire qui détermine la position des résonances naturelles du circuit lorsque l transformateur est saturé. Les autres paramètres significatifs sont le condensateur série C_s q est responsable de la résonance sous-synchrone et la résistance de charge R_{ch}. En effe rappelons que la charge doit être faible pour que la ferrorésonance apparaisse dans un circui L'inductance shunt L_p,qui est aussi responsable de la résonance sous-synchrone, joue un rô secondaire par rapport à C_s. En effet, même en l'absence de L_p, il existe une résonance sou synchrone lorsque le transformateur est saturé. Cette résonance est due à l'interaction entre C et l'inductance en saturation du transformateur.

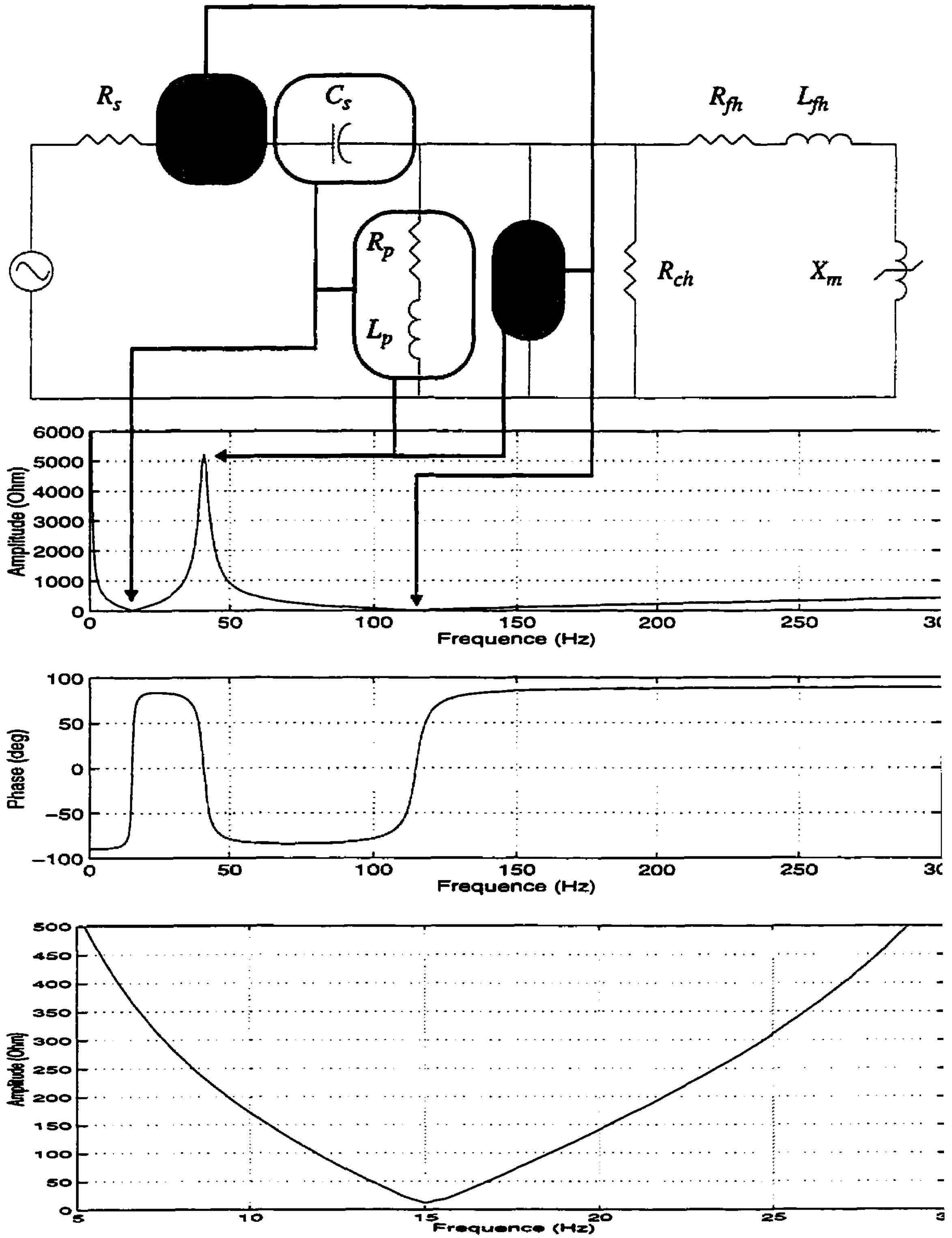


Figure 5.5 : Relation entre le circuit et son impédance lorsque le transformateur n'est pa saturé

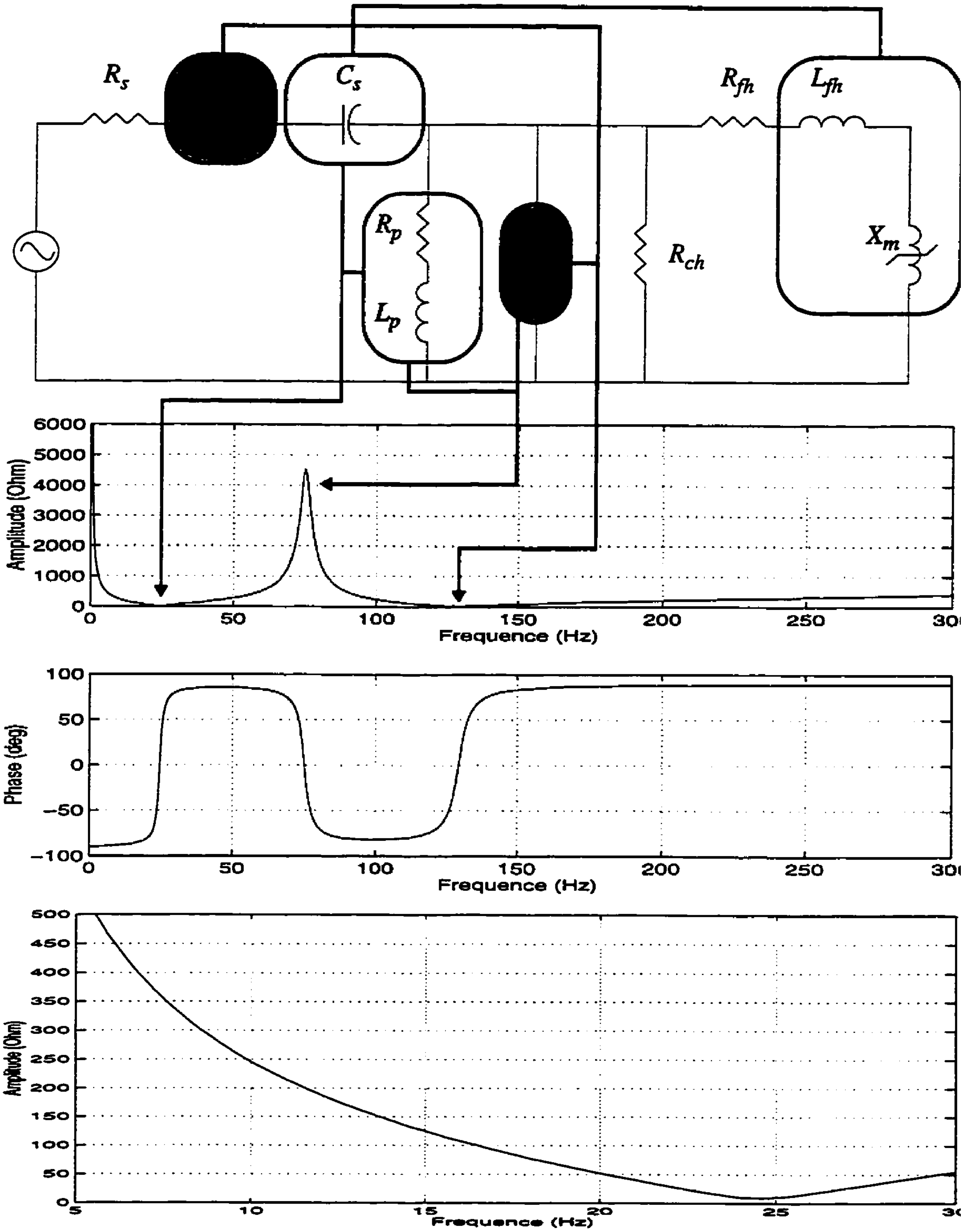


Figure 5.6 : Relation entre le circuit et son impédance lorsque le transformateur est satur

5.3.2 Sensibilité aux valeurs des paramètres

Le condensateur de la compensation série, l'impédance inductive shunt transformateur saturé et l'inductance shunt L_p déterminent l'impédance du circuit au voisina du mode sous-synchrone. Il est donc très important de bien sélectionner ces paramètres a qu'ils représentent un cas réaliste de réseau dégradé. En effet, si l'un de ces paramètres n' pas bien sélectionné, les résultats obtenus numériquement peuvent donner lieu à d différences qualitatives majeures par rapport aux résultats réels obtenus par simulati analogique. En particulier, les résultats numériques peuvent faire apparaître des solutio ferrorésonantes alors qu'il se peut en réalité qu'il n'en existe aucune. Pire encore, les résult numériques peuvent ne donner lieu à aucun cas de ferrorésonance alors qu'en réalité il se pe que se phénomène se manisfeste sur le réseau.

La caractéristique en saturation du transformateur est un des paramètres dont modélisation est la plus importante. Une légère erreur sur la pente de cette caractéristique, q n'est autre que l'inductance équivalente du transformateur saturé, change l'impédance circuit vis-à-vis du mode sous-synchrone. Comme l'apparition de la ferrorésonance est tr sensible à cette impédance, il est clair qu'un mauvais choix de cette caractéristique peut donn lieu à des erreurs non pas uniquement quantitatives mais qualitatives. Pour prendre en comp ce problème, il est recommandé de calculer l'impédance du circuit pour différentes valeurs la pente de la caractéristique magnétique du transformateur. En pratique, cette pente peut vari entre 0.20 pu à 0.40 pu, sur les bases du transformateur, pour les transformateurs compensateur statique. De cette façon, on vérifie facilement s'il y a des risques ferrorésonance pour tout le domaine de variation de cette caractéristique.

Les outils mathématiques développés aux chapitres II et III sont utilisés au procha paragraphe pour vérifier si ce circuit équivalent de réseau admet une solution ferrorésonante

5.4 Recherche des solutions ferrorésonantes du circuit équivalent de réseau

Le circuit à l'étude est celui présenté à la figure 5.7. Les paramètres sont ceux paragraphe précédent, avec $U = 383.66\ kV_{L\text{-}N}$ rms ($664.52\ kV_{L\text{-}L}$ rms), $\omega = 2\pi 60$ rd/sec 376.99 rd/sec, $\delta = 1.59$ rd.

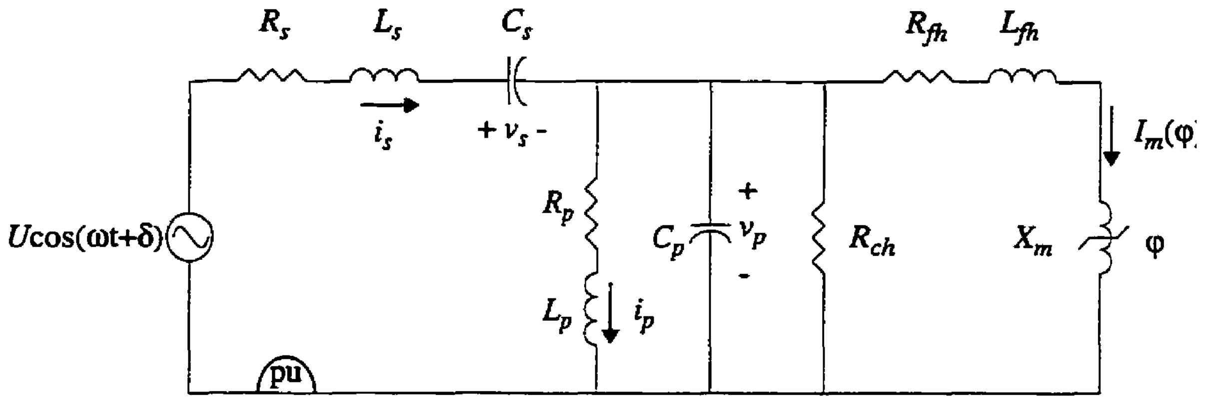


Figure 5.7 : Circuit équivalent de réseau alimentant le transformateur à vide d'un compensateur statique

La caractéristique courant de magnétisation I_m versus le flux magnétique φ est donn par l'équation (5.1) et illustrée à la figure 5.8 :

$$I_m = k_1 \times \varphi + k_2 \times \varphi^{k_3} \qquad -1.5 \text{ pu} < \varphi < 1.5 \text{ pu}$$

$$I_m = sign(\varphi)\ (pente \times abs(\varphi) + ord) \qquad abs(\varphi) \geq 1.5 \text{ pu} \qquad (5.$$

Avec

$k_1 = 1.000\text{e-}2$, $k_2 = 9.750\text{e-}3$, $k_3 = 1.100\text{e+}1$, $pente = 7.407$, $ord = -1.025\text{e+}1$.

La valeur de 1.5 pu correspond à une valeur de flux pour laquelle le noyau de fer d transformateur est complètement saturé. La caractéristique $I_m(\varphi)$ peut être représentée en p par une droite dans ce domaine. La pente de cette droite est l'inverse de l'inductanc magnétisante en saturation magnétique.

La résolution des équations différentielles du circuit et la recherche des points fixes d l'application de Poincaré nécessitent le calcul des dérivées première et seconde du courant I par rapport au flux φ. Ces dérivées sont calculées comme indiqué au chapitre IV, paragraph §4.3.2. L'expression de la dérivée première est donnée à l'équation (5.2). Dans cette dernièr

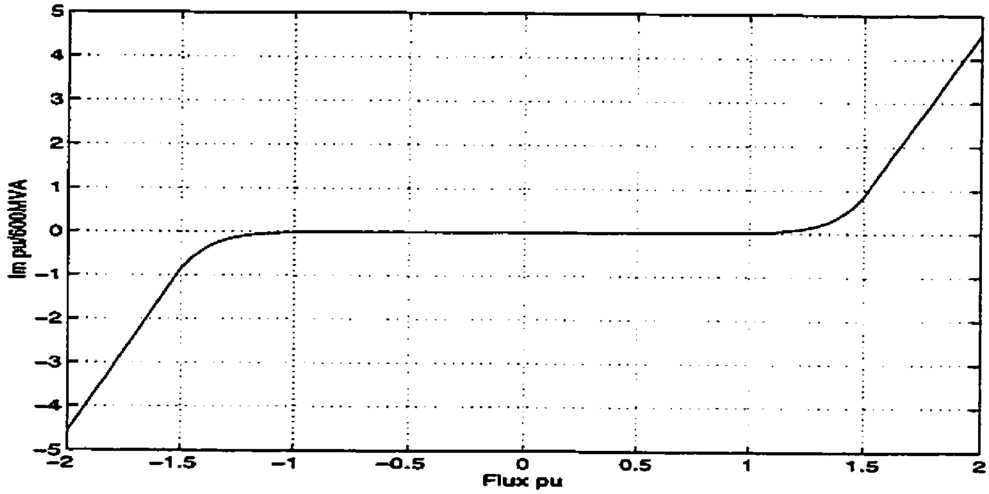
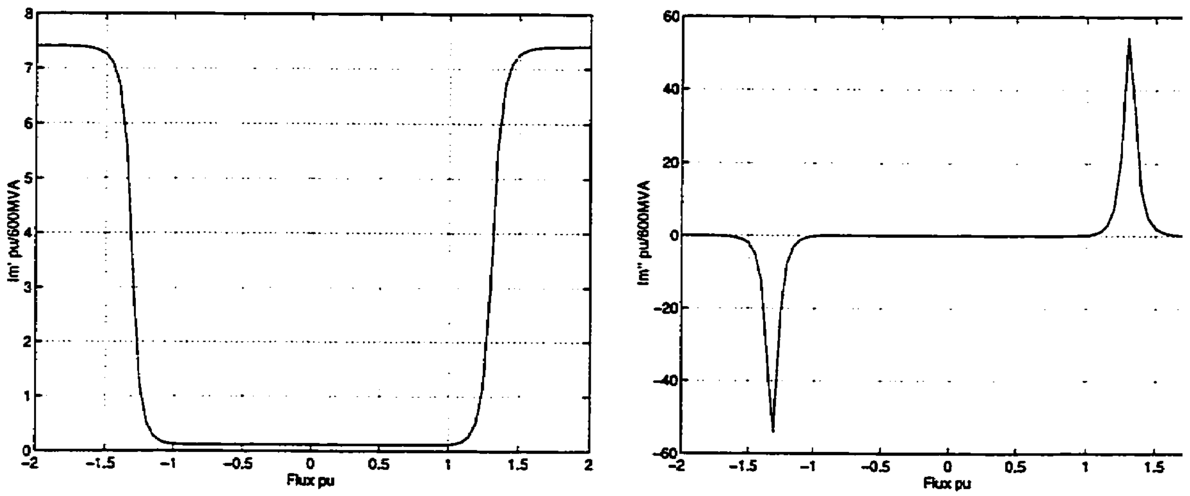


Figure 5.8 : Caractéristique courant-flux de l'inductance magnétisante du transformateu

équation, les constantes sont : $k_4 = 5.95e\text{-}3$, $k_5 = 9.94e\text{-}6$, $k_6 = 1.00$. La dérivée seco s'obtient en dérivant analytiquement l'équation de la dérivée première. Les dérivées premi et seconde sont illustrées à la figure 5.9.



a) *b)*

Figure 5.9 : a) Dérivée première du courant magnétisant par rapport au flux, b) dérivée seconde du courant magnétisant par rapport au flux

$$\frac{dI_m}{d\varphi} = \Gamma_m = seuil + ampl \times \operatorname{atan}\left(k_4 \times \varphi^{20} + k_5 \times \varphi^{30} - k_6\right)$$

$$ampl = \frac{pente - (k_1 + k_2 \times k_3)}{\frac{\pi}{2} + \operatorname{atan}(k_6)}$$

$$seuil = (k_1 + k_2 \times k_3) + ampl \times \operatorname{atan}(k_6) \quad (5$$

5.4.1 Mise en équations du circuit

Les variables d'état du circuit sont : la tension v_s aux bornes du condensateur série le courant i_s dans l'inductance de ligne L_s, le courant i_p dans l'inductance shunt L_p, la tensi v_p aux bornes de la capacité phase-terre C_p de la ligne et le flux magnétique φ dans la branc de magnétisation saturable X_m du transformateur.

Les équations du circuit (équation 5.3) sont celles déterminées au chapitre paragraphe §4.4.1.

$$\dot{v}_s = \frac{1}{C_s} i_s$$

$$\dot{i}_s = \frac{1}{L_s}(-v_s - R_s i_s - v_p + U\cos(\omega t + \delta))$$

$$\dot{i}_p = \frac{1}{L_p}(-R_p i_p + v_p) \quad (5.$$

$$\dot{v}_p = \frac{1}{C_p}\left(i_s - i_p - \frac{v_p}{R_{ch}} - I_m(\varphi)\right)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{1}{(L_{fh}\Gamma_m(\varphi) + 1)}(v_p - R_{fh} I_m(\varphi))$$

5.4.2 Recherche des solutions périodiques

Remarque : Dans cette section et pour le reste du chapitre, les grandeurs électriqu sont données dans le système pu avec les mêmes bases que celles du transformateur.

La recherche d'un point fixe de l'application de Poincaré a permis de localiser de points fixes stables pour le système (5.3).

Le premier point fixe est de période 1. Ce point fixe est associé à la solution périodiq normale. Ses multiplicateurs de Floquet sont présentés au tableau 5.1.

Multiplicateurs de Floquet	Modules
-0.0503+0.9530i	0.9543
-0.0503-0.9530i	0.9543
0.6597+0.3354i	0.7401
0.6597-0.3354i	0.7401
0.9983	0.9983

Tableau 5.1 : Multiplicateurs de Floquet du point fixe de la solution normale

Ils sont tous de module inférieur à 1, ce qui indique que le point fixe est stable ainsi q la solution périodique qui lui est associée.

Au paragraphe §5.3 nous avons déterminé que ce circuit pouvait potentielleme admettre une solution ferrorésonante sous-harmonique 3. Nous avons donc cherché, ave succès, un point fixe de période 3. Les multiplicateurs de Floquet de ce point fixe sont présent au tableau 5.2.

Multiplicateurs de Floquet	Modules
-0.4448+0.8943i	0.9988
-0.4448-0.8943i	0.9988
-0.1265+0.3232i	0.3471
-0.1265-0.3232i	0.3471
0.9494	0.9494

Tableau 5.2 : Multiplicateurs de Floquet du point fixe de la solution ferrorésonante

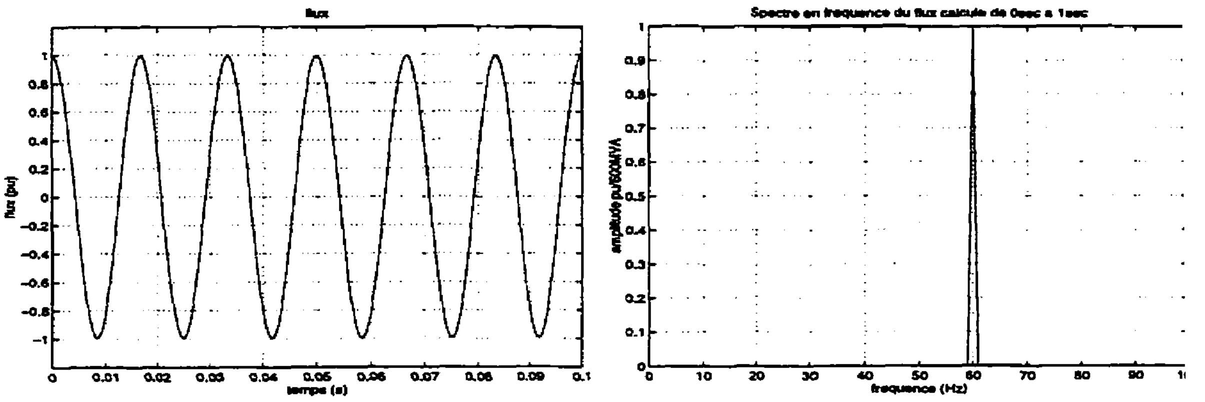
La solution périodique qui lui est associée est de période 3T = 0.05 s (20 Hz); elle stable puisque les multiplicateurs de Floquet sont tous de module inférieur à 1. Cette derni solution ne peut être obtenue que si le transformateur est saturé. C'est donc une soluti ferrorésonante sous-harmonique 3.

La méthode de Runge-Kutta est utilisée pour simuler le système d'équations (5 d'abord avec le point fixe de la solution normale comme condition initiale et ensuite avec point fixe de la solution ferrorésonante. La variable d'état φ est tracée en fonction du ten pour les deux solutions (figure 5.10 a) et b)). On remarque que pour la solution ferrorésonal l'amplitude de la composante de flux sous-synchrone à 20 Hz est très élevée. Cette composal démontre que le circuit magnétique du transformateur est fortement saturé pour la soluti ferrorésonante. On remarque également que, bien que le transformateur soit complèteme saturé et que la valeur pointe du flux soit très élevée, la composante fondamentale du flux à Hz est passée de 1 pu pour la solution normale à 0.75 pu pour la solution ferrorésonante.

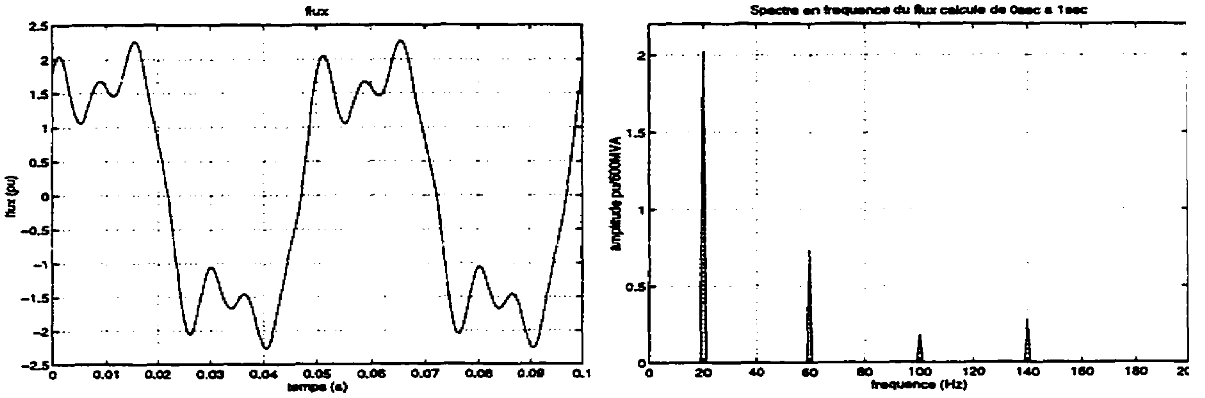
5.4.3 Simulations de courts-circuits

La recherche des points fixes de l'application de Poincaré a démontré que le systèı d'équations (5.3) admet au moins deux solutions périodiques stables en régime permanent, solution normale et une solution ferrorésonante sous-harmonique 3. Cependant, le bas: d'attraction associé à chacune de ces solutions n'est pas connu. Il n'est donc pas possible prédire, sans faire de simulations numériques, si le réseau peut entrer en ferrorésonance à suite d'une perturbation. Une manoeuvre réaliste qui perturbe le réseau est l'application l'élimination d'un défaut aux bornes du transformateur.

À partir du fonctionnement normal en régime permanent, un court-circuit de 6 cycl est appliqué aux bornes du transformateur lorsque la tension aux bornes de ce dernier passe p zéro. Dans ces conditions, le flux dans le transformateur est à sa valeur maximale au mome du court-circuit. Durant le court-circuit, le flux demeure pratiquement constant, c l'amortissement est très faible. Le court-circuit est éliminé lorsque le courant de court-circu passe par zéro. Lors de la remise sous tension, le réseau ne retourne pas dans son mode fonctionnement normal. L'état du système au moment de la remise sous tension est tel que c'e la solution ferrorésonante qui s'établit en régime permanent (figure 5.11).



a)



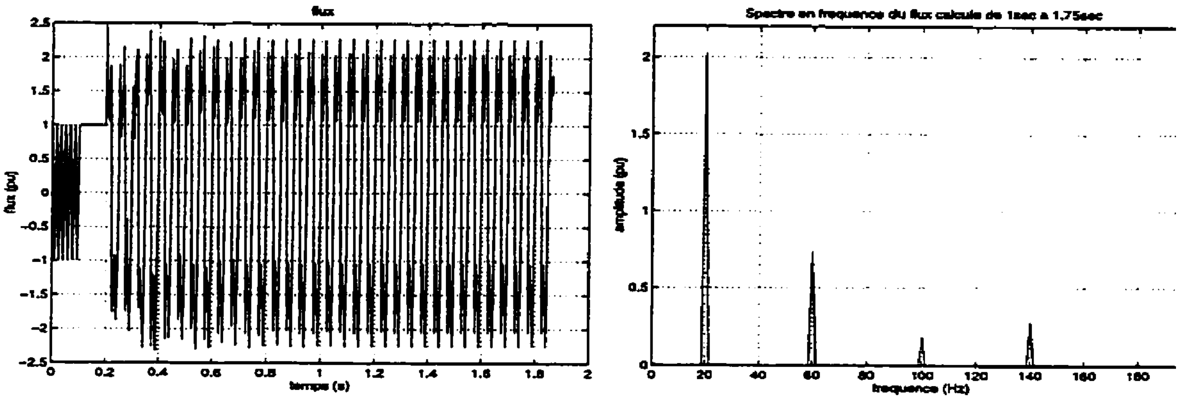
b)

Figure 5.10 : a) Flux magnétique de la solution normale, b) flux magnétique de la solution sous-harmonique 3

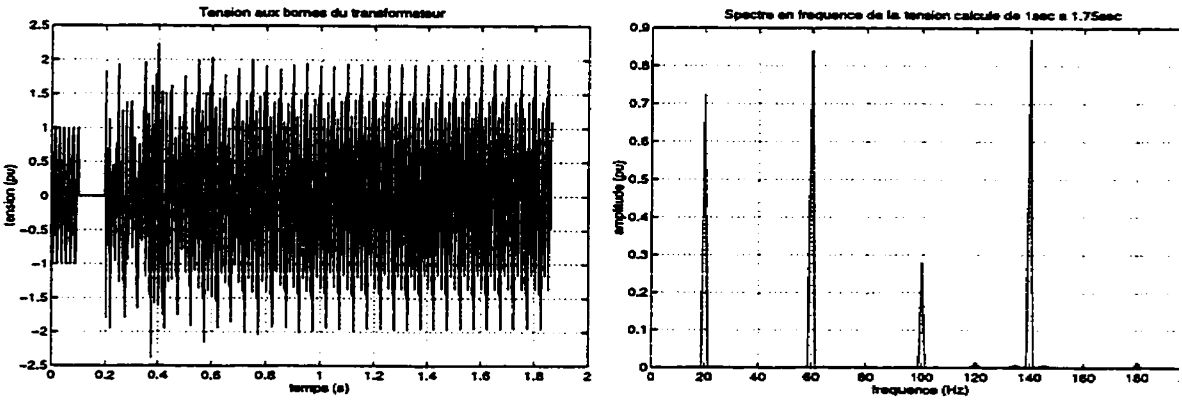
La tension aux bornes du transformateur et de la charge est très dégradée dans le régim ferrorésonant. La forte composante de tension à 20 Hz contribue à saturer le transformateur (à entretenir la ferrorésonance en régime permanent.

Lorsque le transformateur sature, son impédance magnétisante chute considérablemen et il en résulte d'importantes surintensités du courant magnétisant.

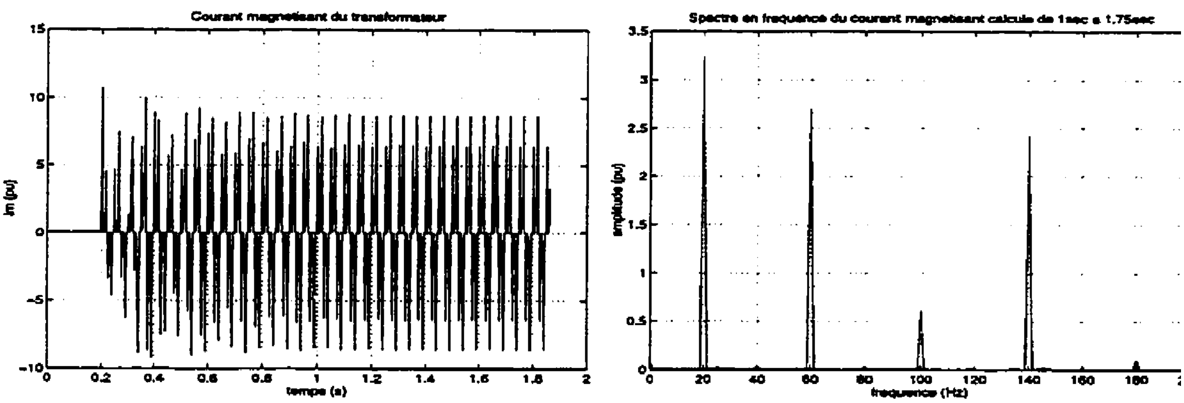
C'est la valeur des variables d'état au moment de la remise sous tension qui détermin l'éventuel retour au mode de fonctionnement normal ou l'éventuel apparition de l ferrorésonance. Par exemple, pour un court-circuit de 6.9 cycles, le réseau retourne dans so mode de fonctionnement normal, contrairement au cas précédent (figure 5.12).



a)



b)



c)

Figure 5.11 : a) Flux magnétique dans le transformateur, b) tension aux bornes du transformateur et c) courant de magnétisation dans le transformateur

Nous avons montré dans ce paragraphe qu'un circuit monophasé équivalent d'u

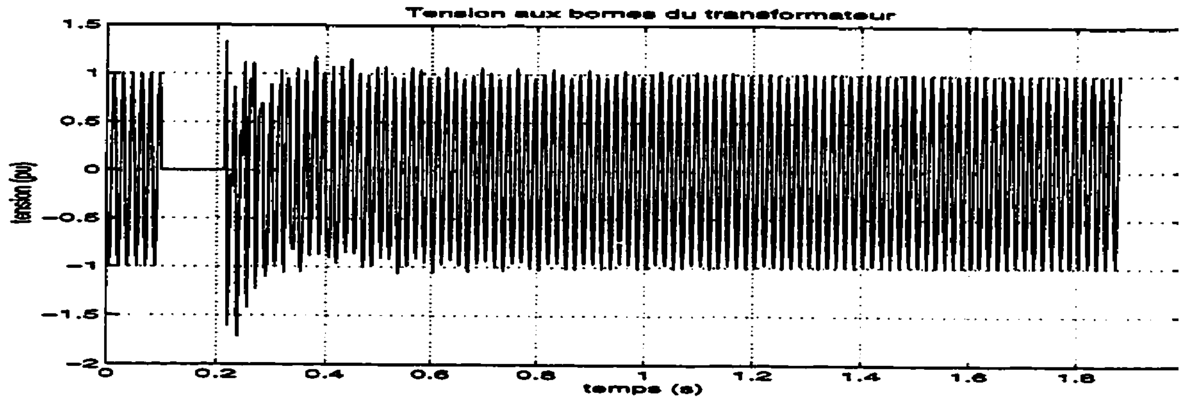


Figure 5.12 : Tension aux bornes du transformateur, application d'un défaut de 6.9 cycle.

configuration dégradée réaliste du réseau Hydro-Québec peut donner lieu à un problème ferrorésonance. Cette configuration de réseau est l'une des pires qui puissent survenir. En eff l'amplitude du mode sous-synchrone est élevée, égale à 2500 Ω, ce qui permet d'excit fortement ce mode.

Des simulations analogiques réalisées au simulateur de l'IREQ et des simulatio numériques avec le réseau et le transformateur triphasé sont présentées aux prochai paragraphes.

5.5 Préparation des essais au simulateur

Afin de valider nos résultats théoriques et d'étudier la ferrorésonance avec compensateur statique en service, nous avons participé à une campagne de simulations simulateur analogique de l'IREQ.

Les essais au simulateur consistaient à simuler trois circuits représentant d configurations dégradées réalistes du réseau Hydro-Québec que nous avions préalableme étudiés. Selon notre étude théorique, ces circuits risquent de présenter des problèmes ferrorésonance. Le déroulement des essais s'est effectué dans l'ordre suivant :

- mesure des caractéristiques du transformateur du compensateur statique utilisé simulateur

- montage des circuits au simulateur

- simulations de perturbations aux bornes du compensateur statique pour chacun d
trois circuits.

5.5.1 Mesure des caractéristiques du transformateur

Le transformateur du compensateur statique de La Vérendrye (LVD7) a été utilisé po ces essais. Les inductances de fuites primaire et secondaire sont déjà connues pour transformateur. La caractéristique de magnétisation a été obtenue expérimentalement po chacune des phases. Une tension sinusoïdale à 60 Hz a été appliquée aux bornes primaires transformateur alors que le secondaire était laissé en circuit ouvert. L'amplitude de la tensi était suffisamment élevée pour saturer complètement le transformateur. La mesure du coura primaire, qui est aussi le courant de magnétisation, car le secondaire est ouvert, a permis tracer la courbe flux-courant. Cette dernière inclut le flux de fuite et le flux de magnétisatio La valeur moyenne du cycle d'hystérésis a été relevée pour le modèle du transformateur qui e utilisé dans les simulations numériques. La caractéristique flux-courant donne les résulta suivantes :

coude de saturation : $\varphi_{sat} = 1.358$ pu

pente de la caractéristique en saturation : $X_{ach} = 0.2711$ pu

réactance de fuites primaire : $X_{fh} = 0.1351$ pu

réactance de fuites secondaire : $X_{fb} = 0$ pu

Les bases du système "pu" sont : $S_{3\varphi base} = 600$ MVA et $V_{L\text{-}L\ base} = 735$ kV rms po le côté haute tension.

La caractéristique flux-courant est illustrée à l'annexe B.

Le primaire du transformateur est connecté en étoile avec le neutre mis directement la terre. Le secondaire est connecté en triangle et alimente le compensateur statique.

Remarque : le coude de saturation des transformateurs utilisés au simulateur est pl élevé que celui des transformateurs en service sur le réseau. Il est difficile de reproduire a simulateur la même caractéristique de magnétisation que celle des vrais transformateurs d 666 MVA. Il y a un compromis à faire entre le niveau du coude de saturation et le coura nominal de magnétisation. Il a donc été nécessaire de relever artificiellement le couc saturation des transformateurs du simulateur afin de maintenir un courant de magnétisatio *nominal réaliste. Cependant, pour être réaliste du point de vue du niveau du coude c saturation, ce qui est très important pour l'étude de la ferrorésonance, on peut tolérer ur tension nominale de 1.1 pu aux bornes du transformateur.*

5.5.2 Caractéristique du compensateur statique de La Vérendrye

Le compensateur statique de La Vérendrye est constitué de trois bancs d condensateurs de 200 MVAR chacun pour un total de 600 MVAR capacitif. L'inductanc contrôlée par thyristors a une valeur de 222 MVAR.

La constante de temps en boucle ouverte du régulateur de tension du compensateur e: de 250 ms. La caractéristique tension-courant du compensateur est illustrée à la figure 5.13. L statisme dans la zone d'exploitation normale (voir chapitre I §1.3) est de 0.03 pu/620MVA.

5.5.3 Montage des circuits au simulateur

Trois circuits triphasés ont été montés au simulateur. Chacune des phases de ces troi circuits a la même topologie que celle de la figure 4.1 (chapitre IV §4.2). Le neutre des source de tension est directement connecté à la terre. Ces circuits alimentent le compensateur statiqu de La Vérendrye. La figure 5.14 illustre l'équivalent monophasé du schéma complet d montage réalisé au simulateur.

L'analyse qualitative présentée dans ce chapitre et l'analyse mathématique à l'aide de outils développés aux chapitre II et III ont été appliquées sur une phase de chacun des troi circuits qui alimente le compensateur statique dont le secondaire du transformateur est laiss en circuit ouvert (le transformateur est à vide). Pour chaque circuit, nous indiquons quels type de ferrorésonance ont été prévus.

5.5.3.1 Circuit #1

Ses caractéristiques sont :

amplitude du mode sous-synchrone : 2500 Ω

amplitude du mode hyper-synchrone : 2376 Ω

fréquence du mode sous-synchrone : 5.7 Hz

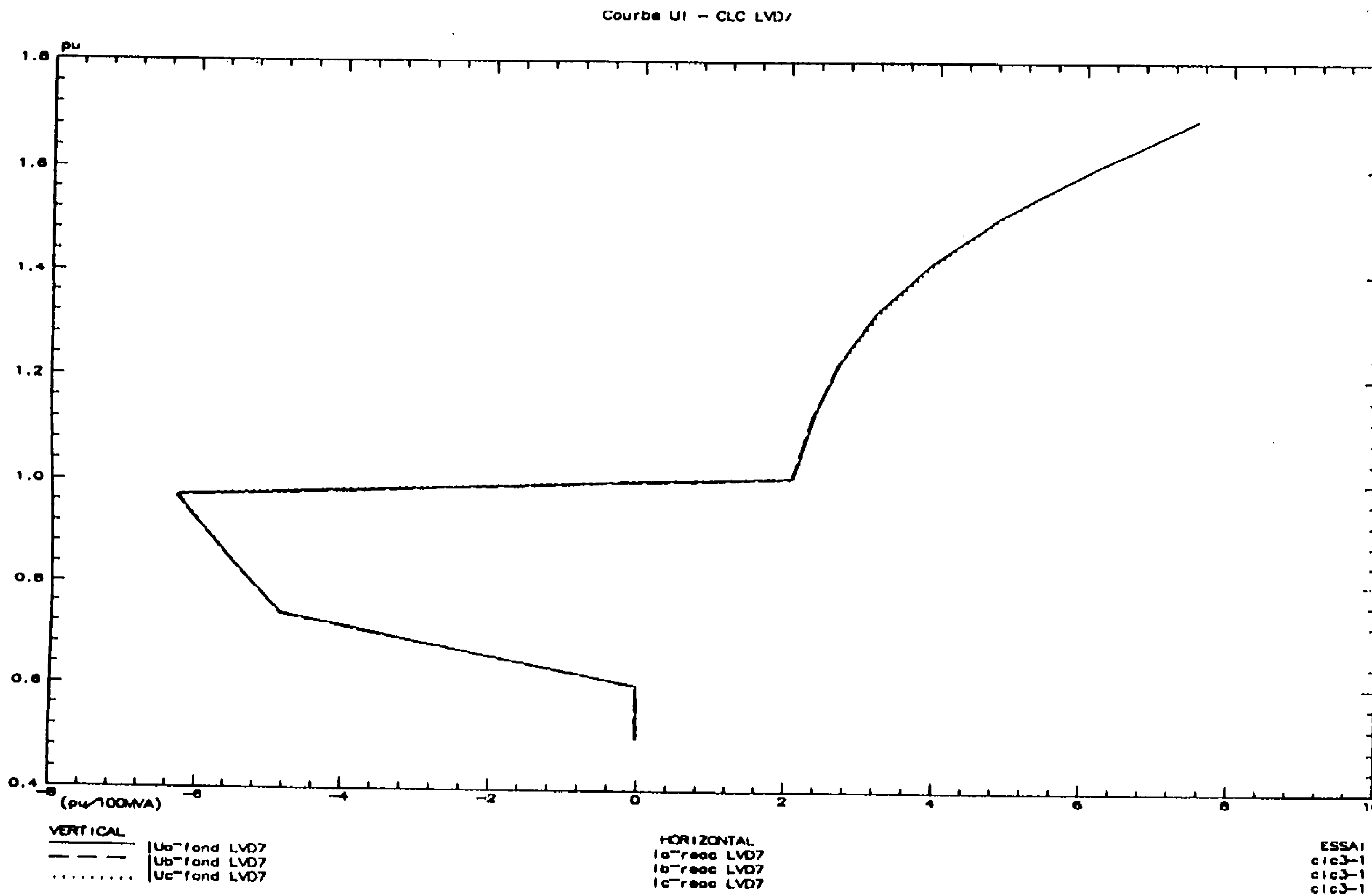


Figure 5.13 : Caractéristique tension-courant du compensateur statique de La Vérendrye (extrait de [10])

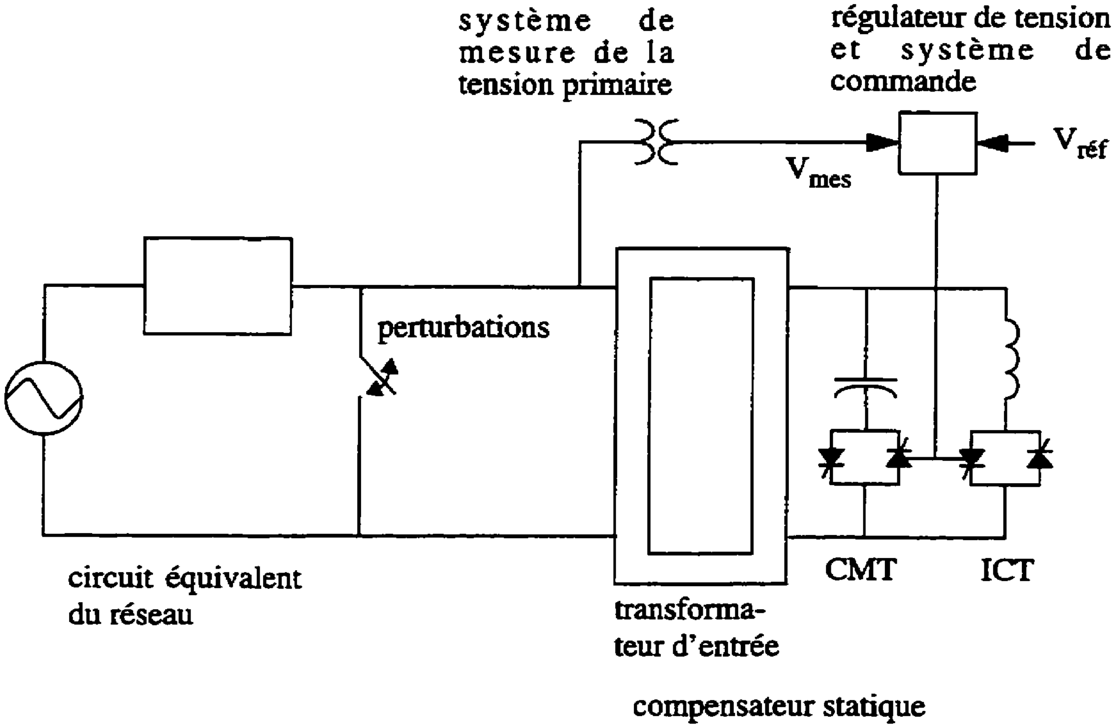


Figure 5.14 : Schéma monophasé du système monté au simulateur

fréquence du mode hyper-synchrone : 115 Hz

puissance de court-circuit : 10000 MVA

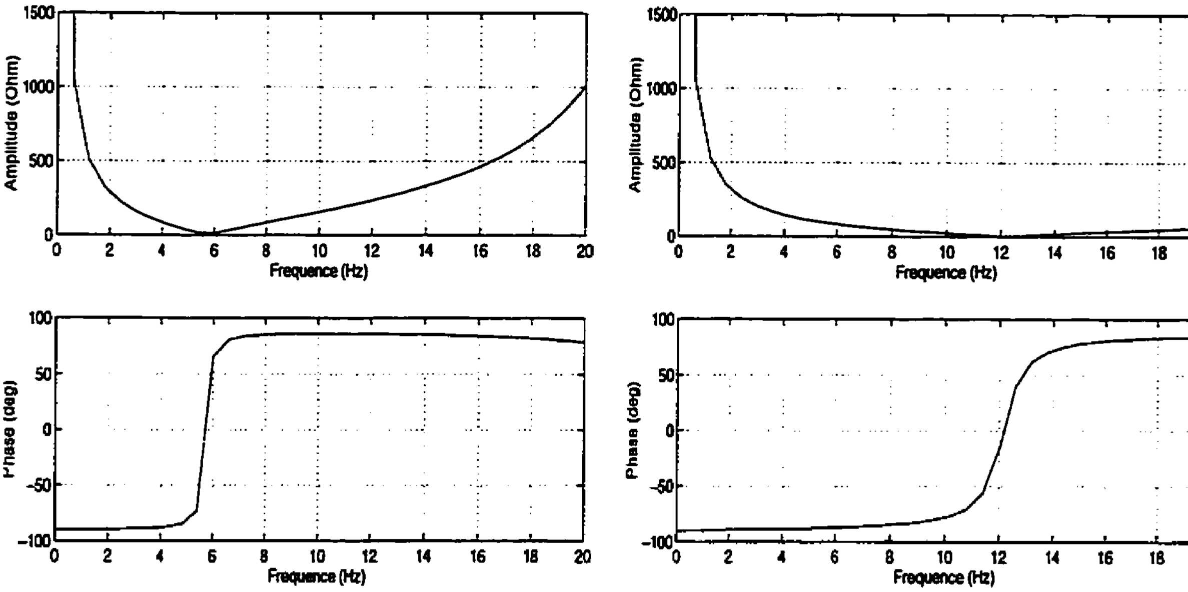
taux de compensation série : 20 %

Ses paramètres sont :

R_s = 2.24 Ω, L_s = 143.00 mH, C_s = 246.00 µF, L_p = 2860.00 mH (Q=400), C_p = 14.8 µF, R_{ch} = 5402.10 Ω.

La figure 5.15 illustre l'impédance du circuit, dans la gamme de fréquence de 0 Hz 20 Hz, lorsque le transformateur n'est pas saturé et lorsqu'il est complètement saturé. À par de l'analyse qualitative présentée au paragraphe §5.2, on conclut qu'il y a la possibili suivante de ferrorésonance : ferrorésonance sous-synchrone dans la gamme de fréquence de Hz à 10 Hz.

5.5.3.2 Circuit #2



a) b)

Figure 5.15 : Impédance du réseau et du transformateur, dans la gamme de 0 Hz à 20 Hz, vu de la source de tension, a) lorsque le transformateur n'est pas saturé et b) lorsqu'il est satu

Ses caractéristiques sont :

amplitude du mode sous-synchrone : 2144 Ω

amplitude du mode hyper-synchrone : 1879 Ω

fréquence du mode sous-synchrone : 7.95 Hz

fréquence du mode hyper-synchrone : 114.6 Hz

puissance de court-circuit : 13224 MVA

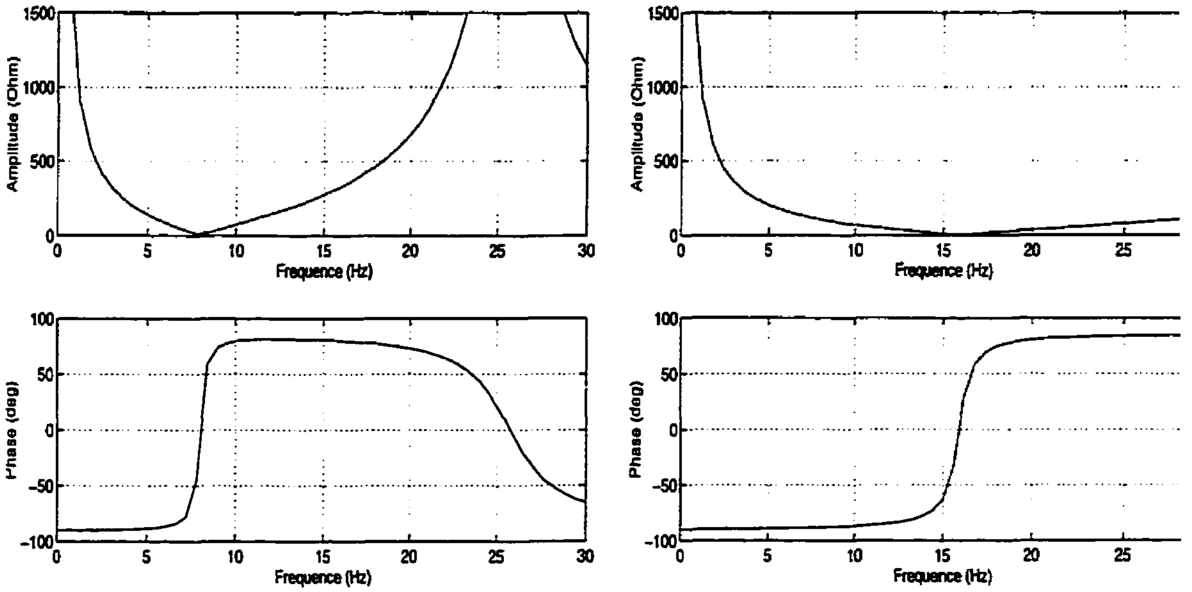
taux de compensation série : 35 %

Les paramètres sont :

$R_s = 1.31\ \Omega$, $L_s = 138.90$ mH, $C_s = 144.00\ \mu$F, $L_p = 2387.00$ mH (Q=400), $C_p = 16.$ μF, $R_{ch} = 2700.00\ \Omega$.

L'impédance du circuit, vue de la source de tension et mesurée dans la gamme fréquence de 0 Hz à 30 Hz, est illustrée à la figure 5.16. L'analyse qualitative de cet impédance nous indique que ce circuit peut possiblement admettre les solutio

ferrorésonantes suivantes : ferrorésonance sous-synchrone dans la gamme de fréquence d
Hz à 14 Hz, bonne probabilité d'obtenir de la ferrorésonance sous-harmonique 5 (12 Hz).



a) b)

Figure 5.16 : Impédance du réseau et du transformateur, dans la gamme de 0 Hz à 30 Hz, vı
de la source de tension, a) lorsque le transformateur n'est pas saturé et b) lorsqu'il est satu

5.5.3.3 Circuit #3

Ses caractéristiques sont :

amplitude du mode sous-synchrone : 2500 Ω

amplitude du mode hyper-synchrone : 2549 Ω

fréquence du mode sous-synchrone : 15 Hz

fréquence du mode hyper-synchrone : 115 Hz

puissance de court-circuit : 10000 MVA

taux de compensation série : 50%

Les paramètres sont :

$R_s = 2.00\ \Omega$, $L_s = 257.22$ mH, $C_s = 54.69\ \mu$F, $L_p = 1550.00$ mH (Q=400), $C_p = 9.85$ µ
$R_{ch} = 3200.00\ \Omega$.

L'impédance de ce circuit, vue de la source de tension, est illustrée à la figure 5.17 pc des fréquences comprises dans la gamme de 0 Hz à 30 Hz. Les problèmes de ferrorésonan prédits par l'analyse qualitative sont : ferrorésonance sous-synchrone dans la gamme fréquence de 16 Hz à 23 Hz, forte probabilité d'obtenir de la ferrorésonance sous-harmoniq 3 (20 Hz).

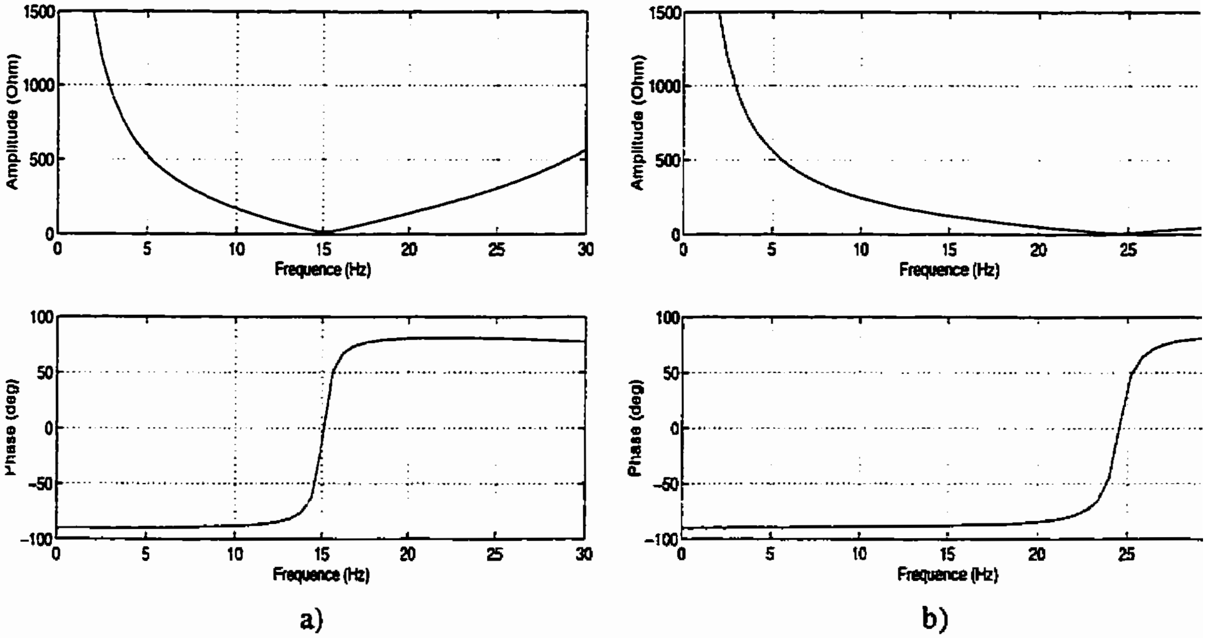


Figure 5.17 : Impédance du réseau et du transformateur, dans la gamme de 0 Hz à 30 Hz, vue de la source de tension, a) lorsque le transformateur n'est pas saturé et b) lorsqu'il est satur

Les simulations numériques en triphasé sont présentées au prochain paragraphe.

5.6 Simulations triphasées avec le logiciel Simulink

Le logiciel Simulink du code de calcul MATLAB a été utilisé pour simuler les tro circuits présentés ci-dessus qui alimentent le transformateur du compensateur statique de L Vérendrye. L'environnement de simulation, sous Simulink, est issu des travaux de Sybille [13 La méthode de Gear est utilisée pour les simulations numériques. Chacune des phases d transformateur tri-monophasé est modélisée de façon à être compatible avec la modélisatio décrite au chapitre IV §4.3. Dans Simulink, l'inductance de magnétisation est remplacée pa une source courant dont la valeur est déterminée par le flux magnétique instantané à ses borne

La relation courant-flux de la source de courant est la caractéristique de l'inductance magnétisation du transformateur de La Vérendrye. À partir de ce modèle, une résistance shı est ajoutée en parallèle avec chacune des sources de courant pour tenir compte des pertes (pertes par hystérésis et par courants de Foulcaut dans le noyau ferromagnétique transformateur). Ces pertes sont 0.5% de la puissance nominale du transformateur.

Les simulations numériques consistent à appliquer un défaut triphasé ou monophasé quelques cycles aux bornes du transformateur. Selon les simulations, soit le secondaire est circuit ouvert, soit il alimente le banc de condensateurs du compensateur statique. L'inductar contrôlée par thyristors et la boucle de régulation de tension n'ont pas été modélisées pour simulations numériques.

La figure 5.14 illustre le schéma bloc du système simulé avec Simulink. L simulations numériques de l'application d'un défaut donnent des solutions ferrorésonant sous-harmoniques 5 et 3 pour les circuits monophasés #2 et #3 respectivement. Pour les circu triphasés #2 et #3, les solutions sont quasi-périodiques. Pour le circuit #1, il n'y a pas ferrorésonance entretenue en régime permanent. Ce circuit donne lieu à des solutions tı oscillantes mais qui finissent par revenir au régime permanent normal. Au procha paragraphe, nous démontrons cependant qu'on peut obtenir une solution ferrorésonante pc ce circuit à condition d'augmenter l'amplitude de la tension, ce qui est équivalent à abaisser coude de saturation du transformateur.

À titre d'exemple, nous illustrons la simulation de l'application d'un défaut sur circuit #3 en monophasé (figure 5.19) et en triphasé (figure 5.20). Dans ces deux simulatioı le secondaire du transformateur est laissé en circuit ouvert.

Tel que prévu par l'analyse qualitative, les solutions ferrorésonantes sont sou synchrones. En monophasé, la solution en régime permanent est périodique sous-harmoniq 3 (20 Hz), alors qu'en triphasé la solution est quasi-périodique, tel que démontré p l'application de Poincaré (figure 5.16 a)). Par ailleurs, nous avons constaté, que tous les cas ferrorésonance en triphasé sont quasi-périodiques, alors qu'en monophasé les solutions so périodiques. Il semble donc que la connection en triangle au secondaire du transformateur s responsable de cette différence qualitative.

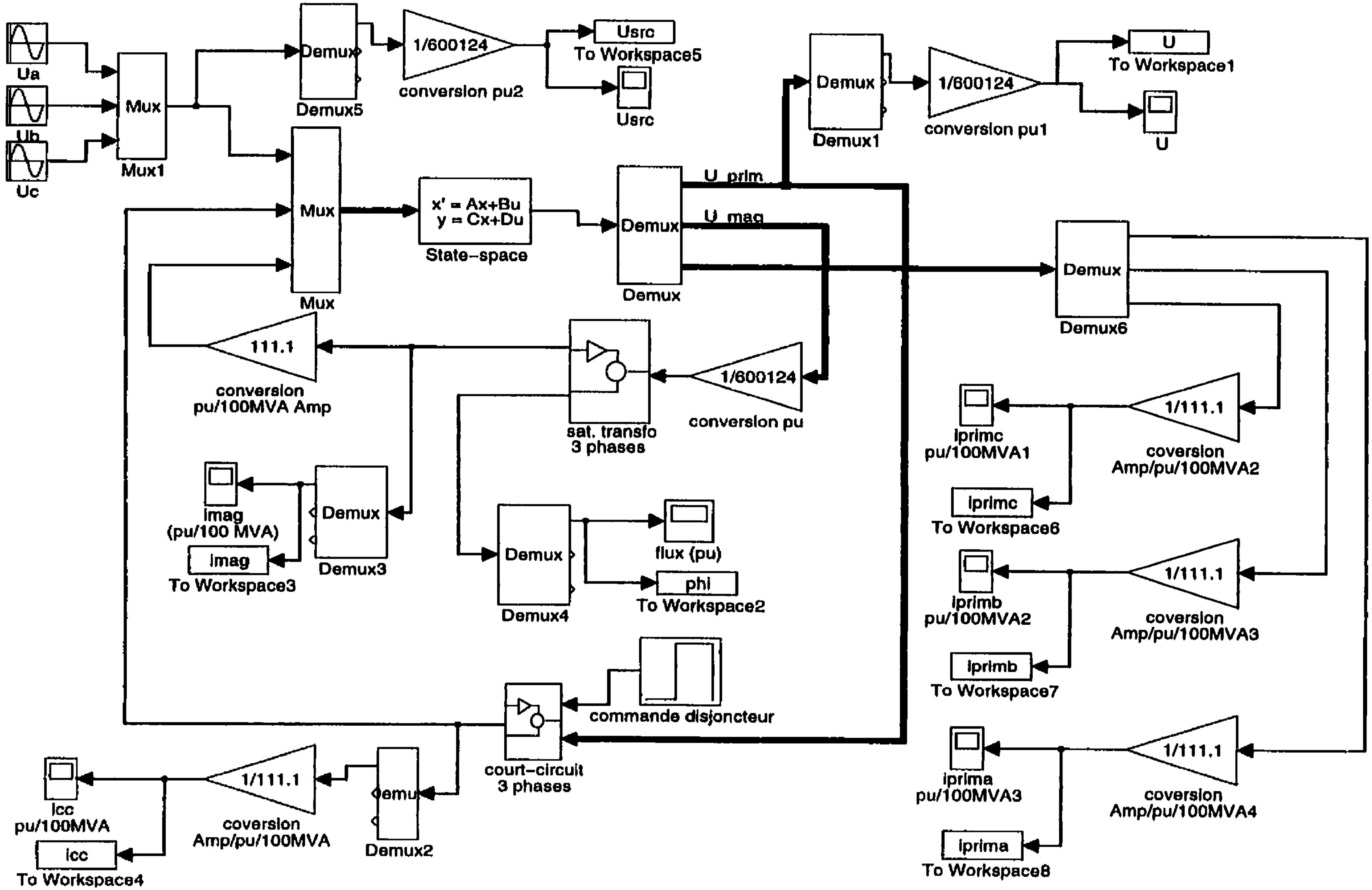


Figure 5.18 : Schéma bloc dans Simulink du système triphasé à …

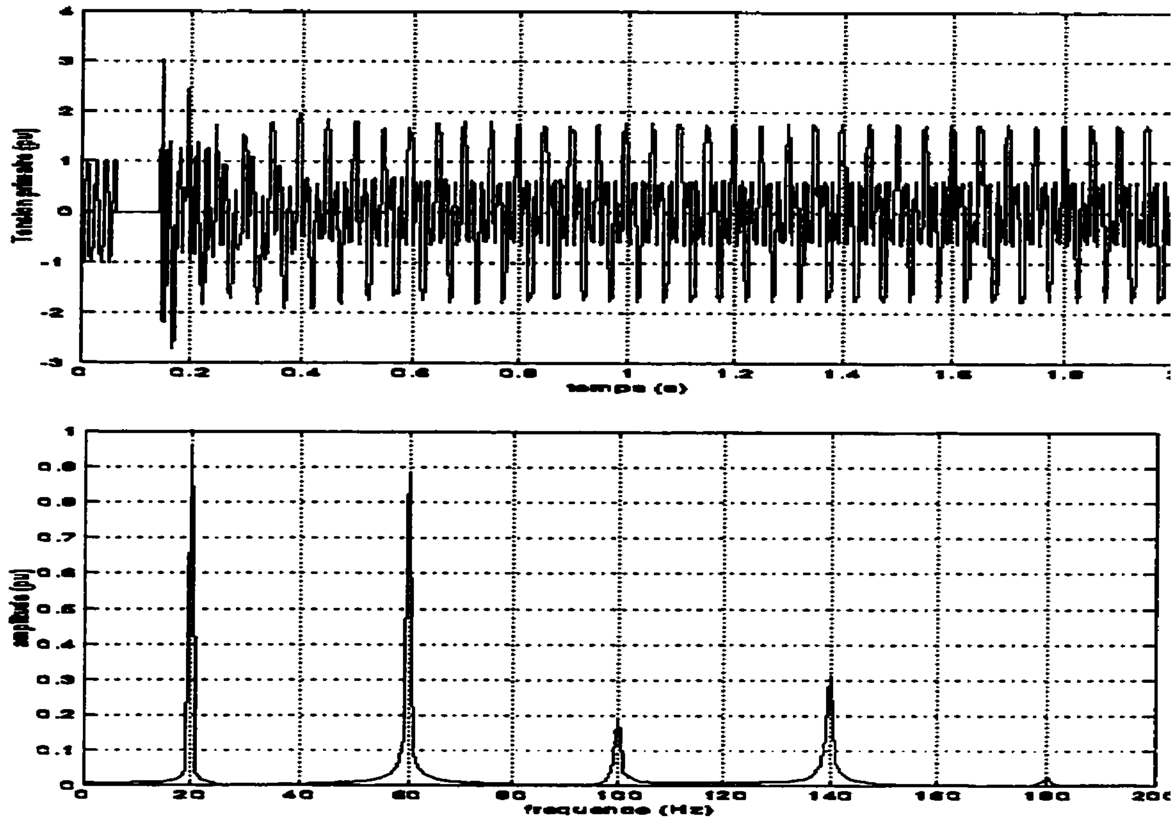
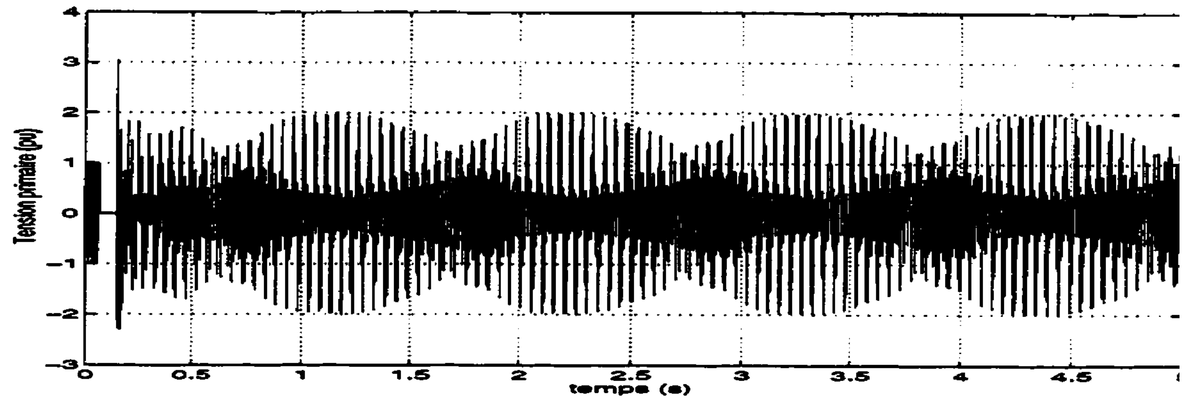


Figure 5.19 : Tension primaire, le spectre en fréquence est mesuré de 1 s à 2 s

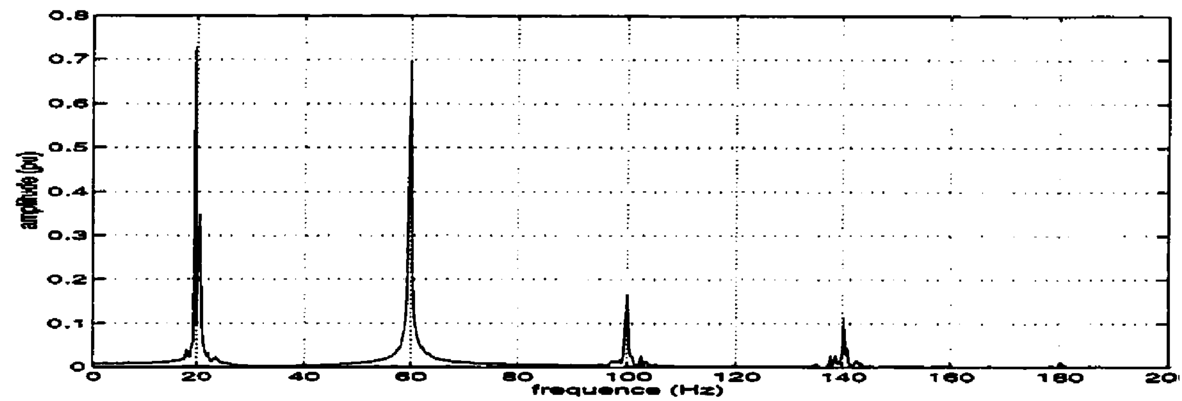
Parmi les trois circuits étudiés, le circuit #3 s'est avéré être le plus susceptible d'entr en ferrorésonance. Afin de vérifier l'influence de la charge sur la solution ferrorésonante sou harmonique 3, la méthode de continuation par pseudo-longueur d'arc a été mise en oeuvre po suivre cette solution, lorsque la charge est prise comme paramètre de bifurcation. La figu 5.21 a) illustre le diagramme de bifurcation. La solution ferrorésonante cesse d'exister pour u charge supérieure à 600 MW (900 Ω).

Remarque : les pertes fer dans le transformateur n'ont pas été prises en considérati pour tracer le diagramme de bifurcation; en pratique la solution ferrorésonante devr s'atténuer pour une charge légèrement inférieure à 600 MW.

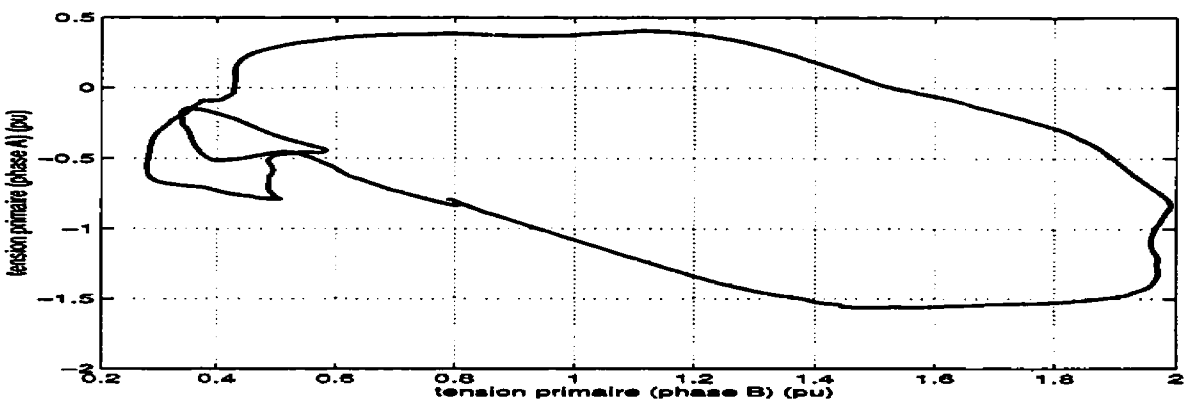
La même étude a été réalisée mais cette fois-ci avec la pente de la caractéristique magnétisation (X_{ach}) comme paramètre de bifurcation. Dans ce dernier cas, la solution a é difficile à suivre, par conséquent nous nous sommes limités à suivre uniquement la partie stat



a)



b)



c)

Figure 5.20 : a) Tension primaire (phase A) calculée par simulation numérique, b) spectre en fréquence calculé de 2 s à 5 s et c) application de Poincaré : tension primaire (phase B) vs tension primaire (phase A)

de la solution sous-harmonique 3. Le diagramme de bifurcation est illustré à la figure 5.21 b

On constate que la ferrorésonance stable est possible pour 0.03 pu < X_{ach} < 0.42 pu. À toute f utile, cette solution peut exister pour tous les transformateurs de compensateur statique, c pour ces derniers 0.20 pu < X_{ach} < 0.40 pu.

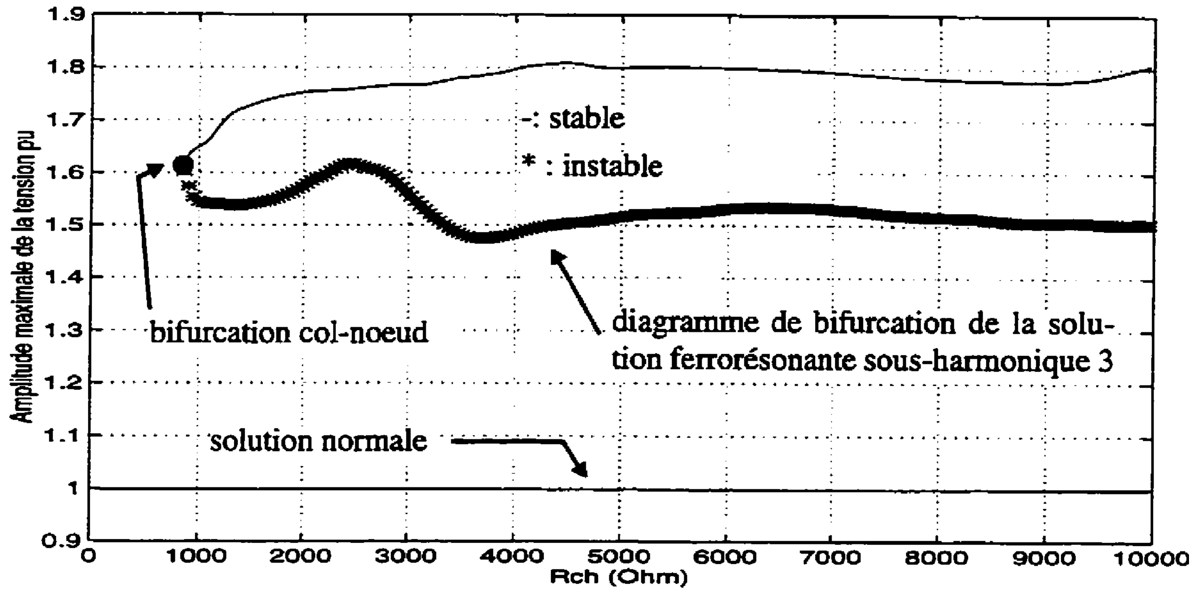
Cette étude paramétrique est d'un grand intérêt pour les opérateurs du réseau, car l diagrammes de bifurcation donnent le domaine d'existence de la solution ferrorésonante sou harmonique 3 en fonction des deux paramètres les plus significatifs pour la ferrorésonance.

Les simulations réalisées au simulateur analogique de l'IREQ sont présentées a paragraphe suivant.

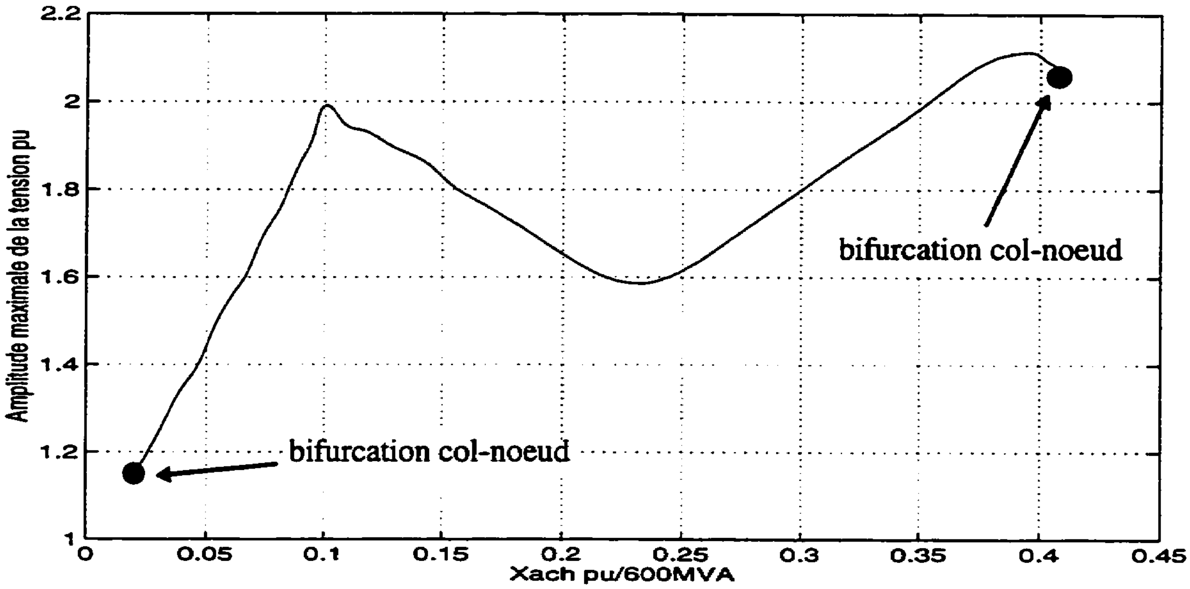
5.7 Simulations analogiques

Les simulations analogiques réalisées consistent à appliquer des défauts aux bornes d transformateur du compensateur statique de La Vérendrye lorsque ce dernier est alimenté pa un circuit équivalent de réseau. Ces simulations de défauts ont été réalisées avec chacun de trois circuits présentés au paragraphe §5.5.3. Le système est préalablement en régim permanent normal au moment où le défaut est appliqué. La durée du défaut et l'instant de sc application sont variables. Le niveau de tension en régime permanent aux bornes d compensateur statique est réglable, ce qui permet de simuler différents niveau du coude d saturation du transformateur. La versatilité du compensateur statique permet de le fair fonctionner en mode automatique, en mode manuel et en mode complètement hors servic L'utilisation du mode hors service offre la possibilité de comparer les simulations numérique à celles du simulateur. En outre, cette comparaison permet de valider la modélisation d transformateur utilisée pour les simulations numériques et permet également de valider le outils mathématiques qui ont été utilisés. De plus, la connection en triangle au secondaire d transformateur peut être ouverte pour simuler les circuits en monophasé.

Quelques centaines de simulations ont été réalisées pour l'ensemble des trois circuit La ferrorésonance est survenue pour plusieurs de ces simulations. La table complète de l description des essais est présentée à l'annexe C. Étant donné le nombre élevé de simulation seuls les essais les plus significatifs pour chacun des circuits sont présentés et analysés. L tableau 5.3 résume les principaux résultats.



a)



b)

Figure 5.21 : a) Diagramme de bifurcation de la solution normale et de la solution ferrorésonante sous-harmonique 3, le paramètre de bifurcation est la résistance de charge; b) diagramme de bifurcation de la partie stable de la solution ferrorésonante sous-harmonique 3, le paramètre de bifurcation est X_{ach}

	Compensateur statique en mode hors service	Compensateur statique en mode automatique
circuit #1	Ferrorésonance sous-synchrone quasi-périodique. Fréquence de base ≅ 7.5 Hz	Aucun cas de ferrorésonance
circuit #2	Ferrorésonance sous-synchrone quasi-périodique. Fréquence de base ≅ 10 Hz	Aucun cas de ferrorésonance
circuit #3	Monophasé : ferrorésonance sous-harmonique 3 (20 Hz) Triphasé : ferrorésonance quasi-périodique. Fréquence de base ≅ 20 Hz	La ferrorésonance quasi-périodique (≅ 20 Hz) persiste en régime permanent pour une charge comprise entre 0 MW et 390 MW. En ferrorésonance un système de protection, inclus dans le contrôleur du compensateur statique, interrompt les impulsions d'amorçage des thyristors. Le compensateur redevient alors en mode hors service.

Tableau 5.3 : Principaux résultats des essais de ferrorésonance

Le circuit #3 est le seul qui présente des cas de ferrorésonance lorsque le compensate statique est opéré en mode automatique. Ce circuit nous apparaît donc comme étant le pl intéressant; pour cette raison, les simulations qui lui sont associées sont présentées avant cell des circuits #1 et #2.

5.7.1 Simulations analogiques du circuit #3

Trois types d'essai sont présentés pour ce circuit :

1- les essais avec la connection triangle, située au secondaire du transformateur, laiss
en circuit ouvert

2- les essais avec la connection en triangle fermée, mais avec le transformateur à vi
(compensateur statique hors service)

3- les essais avec le compensateur statique en service

5.7.1.1 Essais avec la connection triangle en circuit ouvert et validation de la modélisati du transformateur et de la méthode de simulation numérique

La figure 5.22 illustre la simulation de l'application d'un défaut aux bornes transformateur du compensateur statique lorsque la connection en triangle au secondaire transformateur est laissée en circuit ouvert. Cet essai est semblable à la simulation numériq en monophasé (figure 5.19) présentée au paragraphe §5.6. En outre, une solutio ferrorésonante sous-harmonique 3 (20 Hz) s'établit en régime permanent lors de l'éliminati du défaut. L'examen du plan de phase confirme que la solution est périodique, car la trajectoi du flot forme une courbe fermée dans le plan de phase.

Afin de valider le modèle du transformateur utilisé dans les simulations numériques de valider la méthode de simulations numériques, la tension aux bornes du transformateu obtenue par simulation analogique et celle obtenue par simulation numérique sont superposé à la figure 5.23. Pour se placer dans les mêmes conditions que la simulation numérique, il e clair que le compensateur statique est hors service dans la simulation analogique. On consta sur cette figure que les formes d'onde sont pratiquement identiques. Ce résultat constitue u validation de la modélisation du transformateur et de la méthode de simulation numérique. faut remarquer que les simulations numériques ont une précision remarquable bien que modèle du transformateur soit très simple. En particulier, le phénomène d'hystérésis qui e négligé dans la simulation numérique semble avoir peu d'influence qualitative et quantitati sur la solution, ce qui justifie son omission dans la modélisation du transformateur.

5.7.1.2 Essais avec la connection en triangle fermée mais avec le compensateur statiq hors service

Les essais avec le compensateur en mode hors service mais avec le triangle fermé secondaire du transformateur font apparaître une solution sous-synchrone quasi-périodique. figure 5.24 illustre un de ces essais. La densité du plan de phase est suffisante pour conclu que la solution est quasi-périodique, à moins qu'elle ne soit de période très longue. Le spect en fréquence montre que la fréquence de base est d'environ 20 Hz, ce qui correspond a prédictions de l'analyse qualitative. Il faut aussi remarquer que le résultat de cette simulati est semblable à celui calculé numériquement et présenté à la figure 5.20.

5.7.1.3 Essais avec le compensateur statique en service

La figure 5.25 illustre une simulation avec le compensateur statique en mo automatique. On constate que le compensateur statique ne parvient pas à atténuer la soluti ferrorésonante. Cette dernière, qui est quasi-périodique, persiste en régime permanent.

Le courant dans le premier banc de condensateurs et dans l'inductance contrôlée p thyristors du compensateur statique sont illustrés à la figure 5.26. On remarque que dans première seconde qui suit l'application et l'élimination du défaut, le compensateur statiq essaie, en vain, d'atténuer les oscillations de tension. Après une seconde, les courants da l'inductance contrôlée par thyristors et dans les condensateurs commutables deviennent nu Le compensateur devient alors complètement hors service et la ferrorésonance persiste enco en régime permanent. Le circuit de commande d'allumage des thyristors se synchronise sur la tension secondaire. Comme cette tension est très déformée, la synchronisation e pratiquement irréalisable. Un système de protection, inclus dans le contrôleur du compensate statique, interrompt les impulsions d'amorçage des thyristors au bout d'environ une second

5.7.1.4 Conclusion sur les essais avec le compensateur statique en service

L'essai présenté au paragraphe précédent est très important et très révélateur. confirme que les compensateurs statiques sont présentement inutilisables pour atténuer l oscillations de tension dues à la ferrorésonance de leurs transformateurs. Cet essai met aussi évidence le fait que le système de synchronisation des compensateurs statiques doit êt modifié si ces derniers sont prévus pour éliminer la ferrorésonance.

Puisque le compensateur statique devient hors service en mode automatique, du moi pour cet essai, il nous a été impossible d'étudier davantage l'influence de la commande sur ferrorésonance. Il est donc prématuré de conclure, hors de tout doute, que les compensateu statiques sont inutilisables pour éliminer la ferrorésonance.

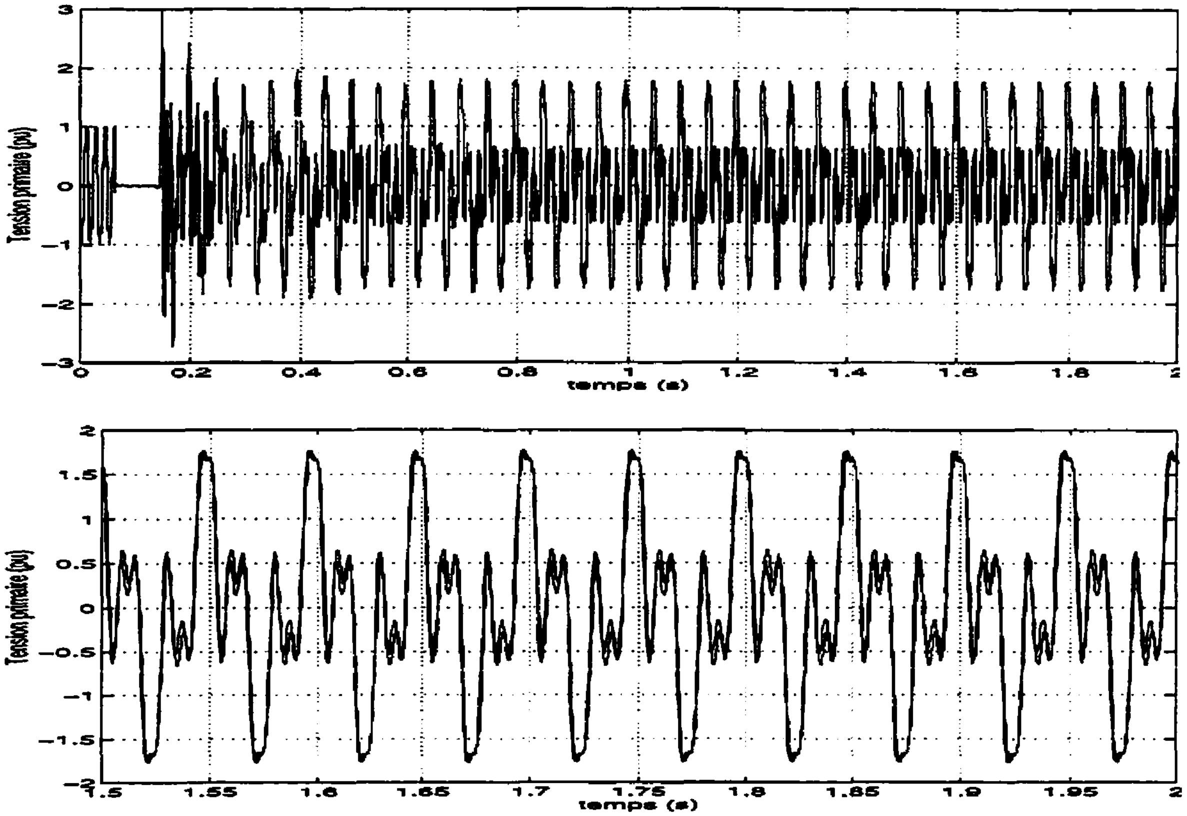


Figure 5.23 : Superposition de la tension primaire calculée par simulation numérique et de la tension primaire (phase A) mesurée au simulateur

5.7.2 Simulations analogiques du circuit #1

Les essais sur le circuit #1 donnent des solutions ferrorésonantes uniquement lorsqu le compensateur est utilisé en mode hors service et en mode manuel. Aucun cas d ferrorésonance n'a été observé en mode automatique.

Tel que prévu par l'analyse qualitative, les solutions ferrorésonantes pour ce circuit so sous-synchrones, quasi-périodiques. Le spectre en fréquence de ces solutions donne un fréquence de base aux environs de 7.5 Hz.

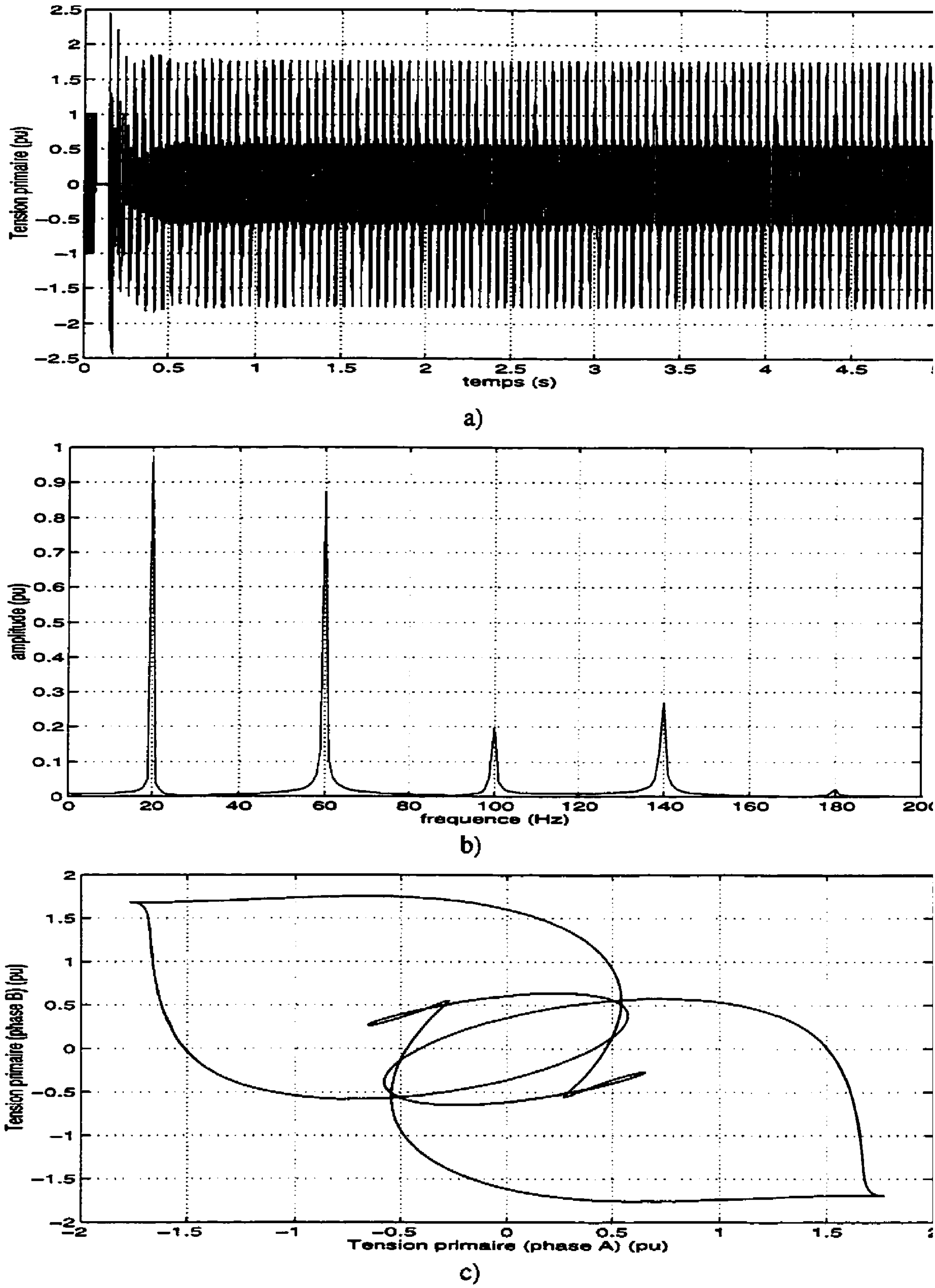


Figure 5.22 : a) Tension primaire (phase A), b) spectre en fréquence mesuré de 2 s à 5 s et c
plan de phase : tension primaire (phase A) vs tension primaire (phase B). Essai (020-1)

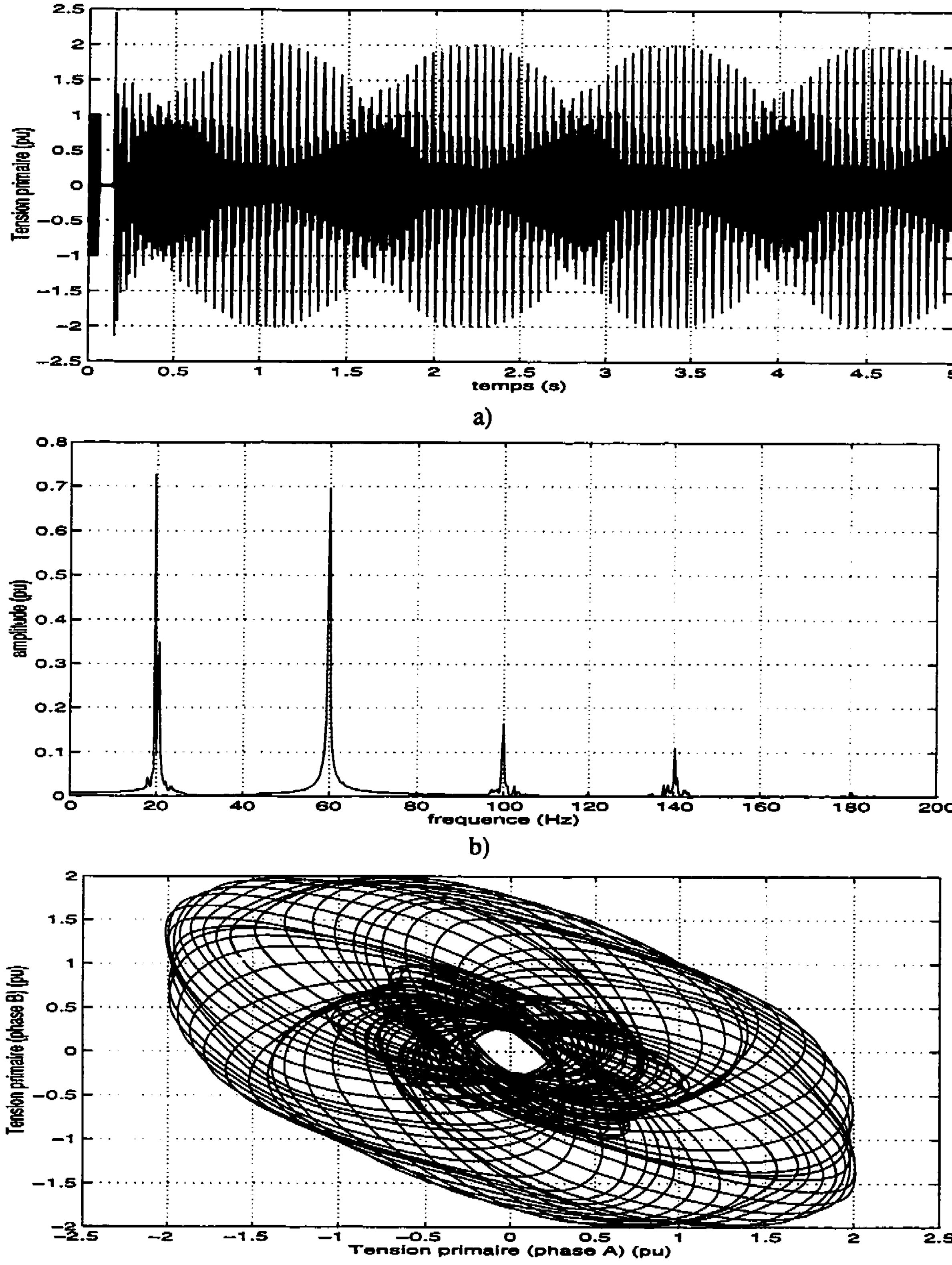
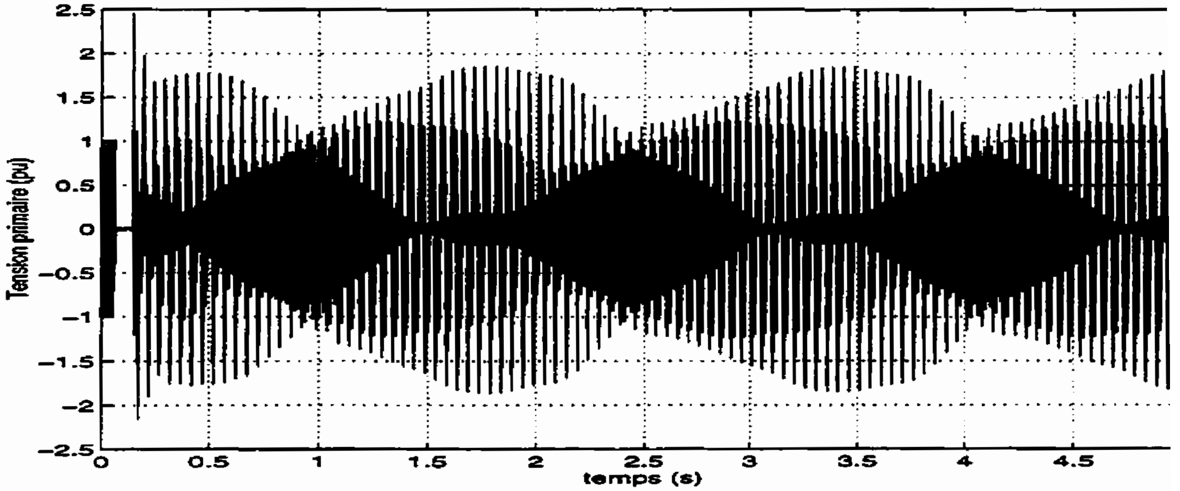
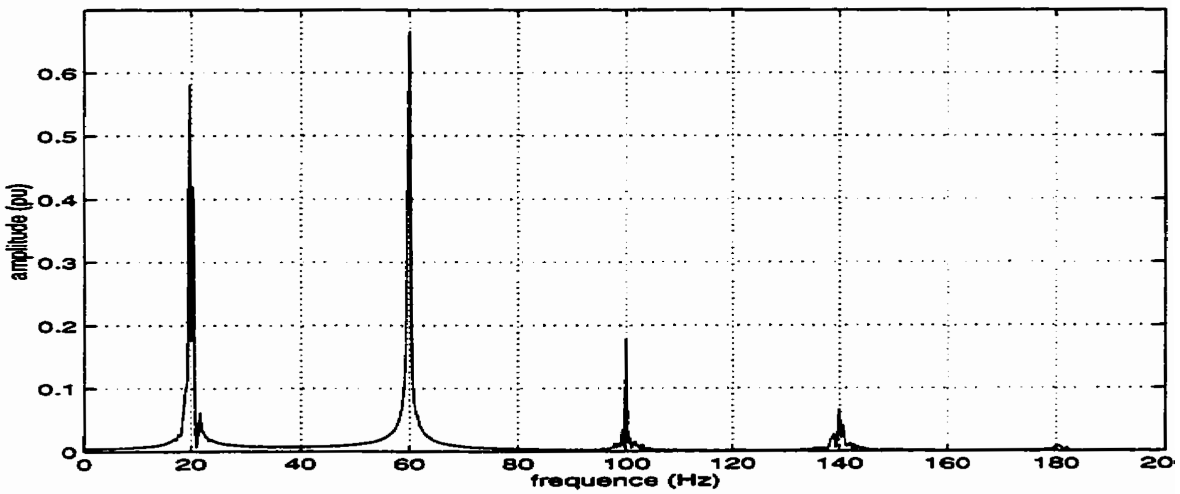


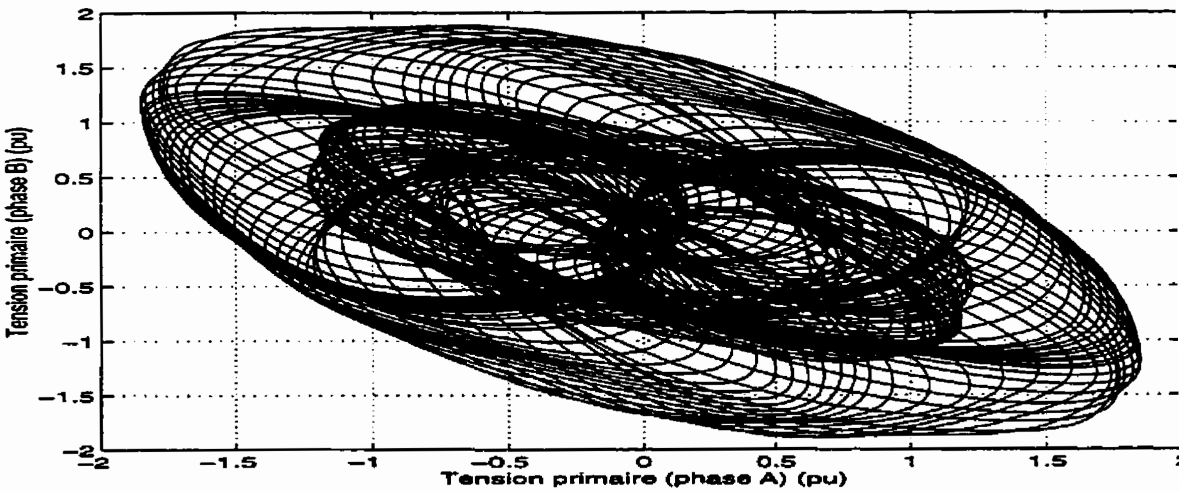
Figure 5.24 : a) Tension primaire (phase A), b) spectre en fréquence mesuré de 2 s à 5 s et c) plan de phase : tension primaire (phase A) vs tension primaire (phase B). Essai (021-1)



a)

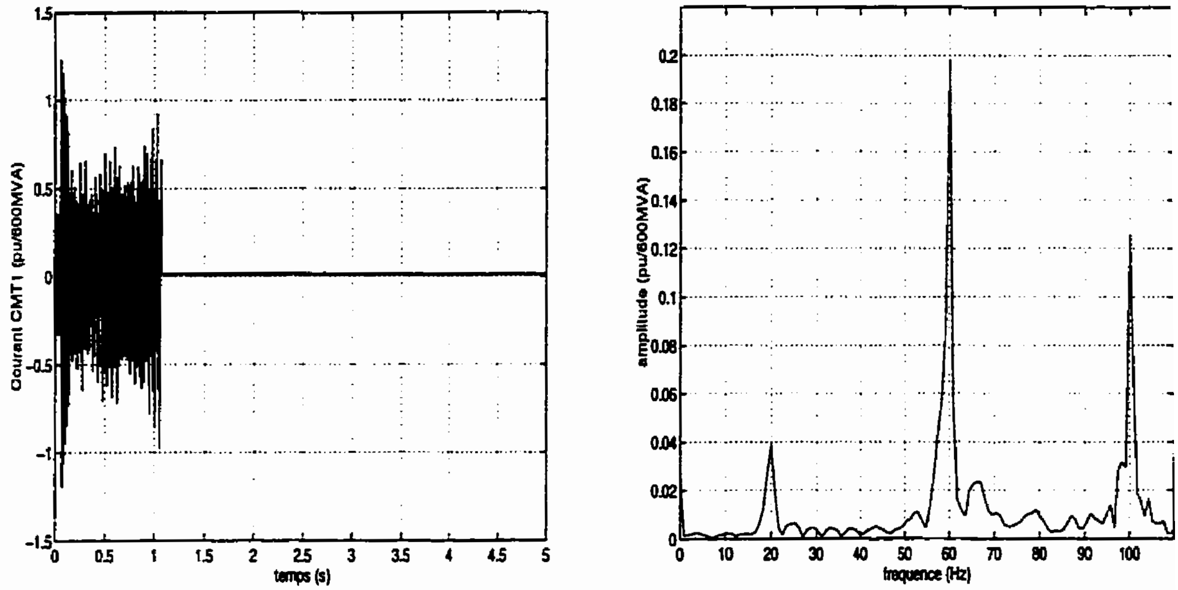


b)

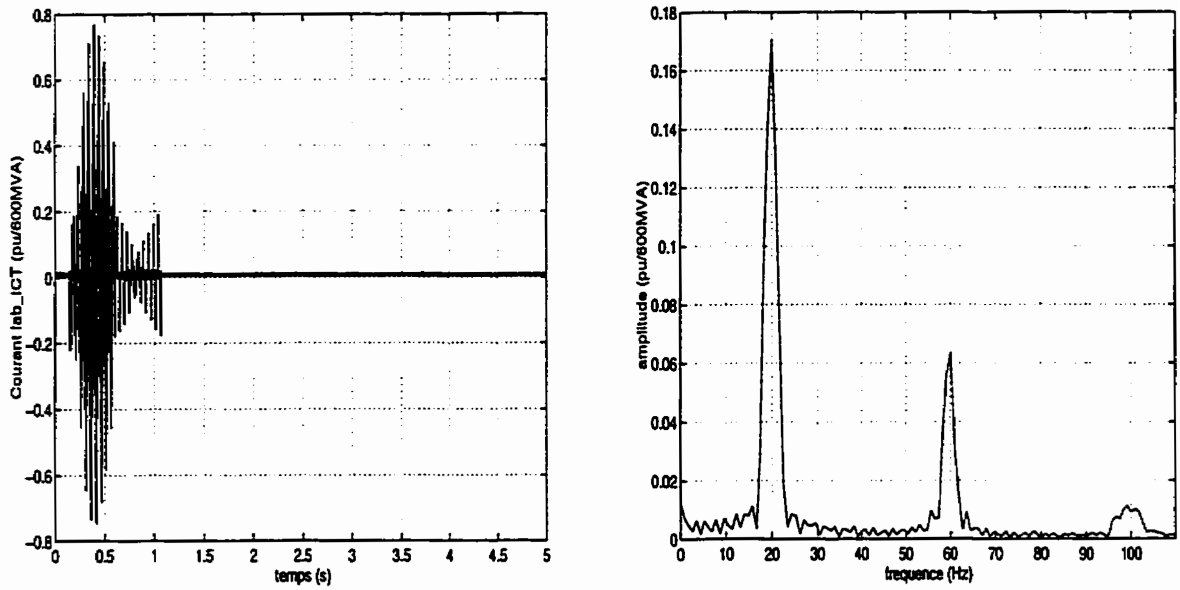


c)

Figure 5.25 : a) Tension primaire (phase A), b) spectre en fréquence mesuré de 2 s à 5 s et c) plan de phase : tension primaire (phase A) vs tension primaire (phase B). Essai (028-1)



a)



b)

Figure 5.26 : a) Courant dans CMT1 (phase A-B) et b) courant dans l'ICT (phase A-B). Les spectres en fréquence sont mesurés sur une fenêtre temporelle de 0.05s à 1.2s. Essai (028-1).

La figure 5.27 illustre la tension aux bornes du transformateur lorsque le compensate statique est utilisé en mode manuel avec une branche capacitive en service (200 MVAR). Da cet essai, les thyristors du premier banc de condensateur sont court-circuités alors que ceux d autres bancs de condensateurs et de l'inductance contrôlée par thyristors sont en circuit ouve Le plan de phase est dense pour cette solution, ce qui confirme la quasi-périodicité.

Le courant primaire de la phase A du transformateur est illustré à la figure 5.28. L pointes très élevées de ce courant confirment que le transformateur est fortement saturé. I figure 5.28 c) indique qu'en ferrorésonance le spectre en fréquence du courant est très rich Plusieurs harmoniques paires et impaires de la fréquence de base sont présents en plus d autres composantes dues à la quasi-périodicité.

Une simulation du circuit #1 lorsque le compensateur est utilisé en mode automatiq est présentée à la figure 5.29. Sur cette figure, on constate que le compensateur réussit éliminer la ferrorésonance en 1.2 s. Le courant dans le premier banc de condensateu commutables et celui dans l'inductance contrôlée par thyristors sont également illustrés s cette figure.

5.7.3 Simulations analogiques du circuit #2

Comme pour le circuit #1, le circuit #2 présente des cas de ferrorésonance uniqueme lorsque le compensateur statique est utilisé en mode hors service et en mode manuel. En mod automatique, il n'y a pas de ferrorésonance pour ce circuit.

La figure 5.30 illustre un cas de ferrorésonance pour ce circuit. La ferrorésonance e quasi-périodique avec une fréquence de base d'environ 10 Hz. Cette solution avait été prédi par l'analyse qualitative. Dans cette simulation, le compensateur est opéré en mode manu avec deux branches capacitives en services. L'examen du plan de phase confirme que l solution est quasi-périodique.

Les principaux cas de ferrorésonance observés au simulateur de l'IREQ ont ét présentés dans ce paragraphe. Cette étude permet maintenant d'envisager des solutions po éliminer la ferrorésonance.

5.8 Solutions envisageables pour éliminer le problème de ferrorésonance

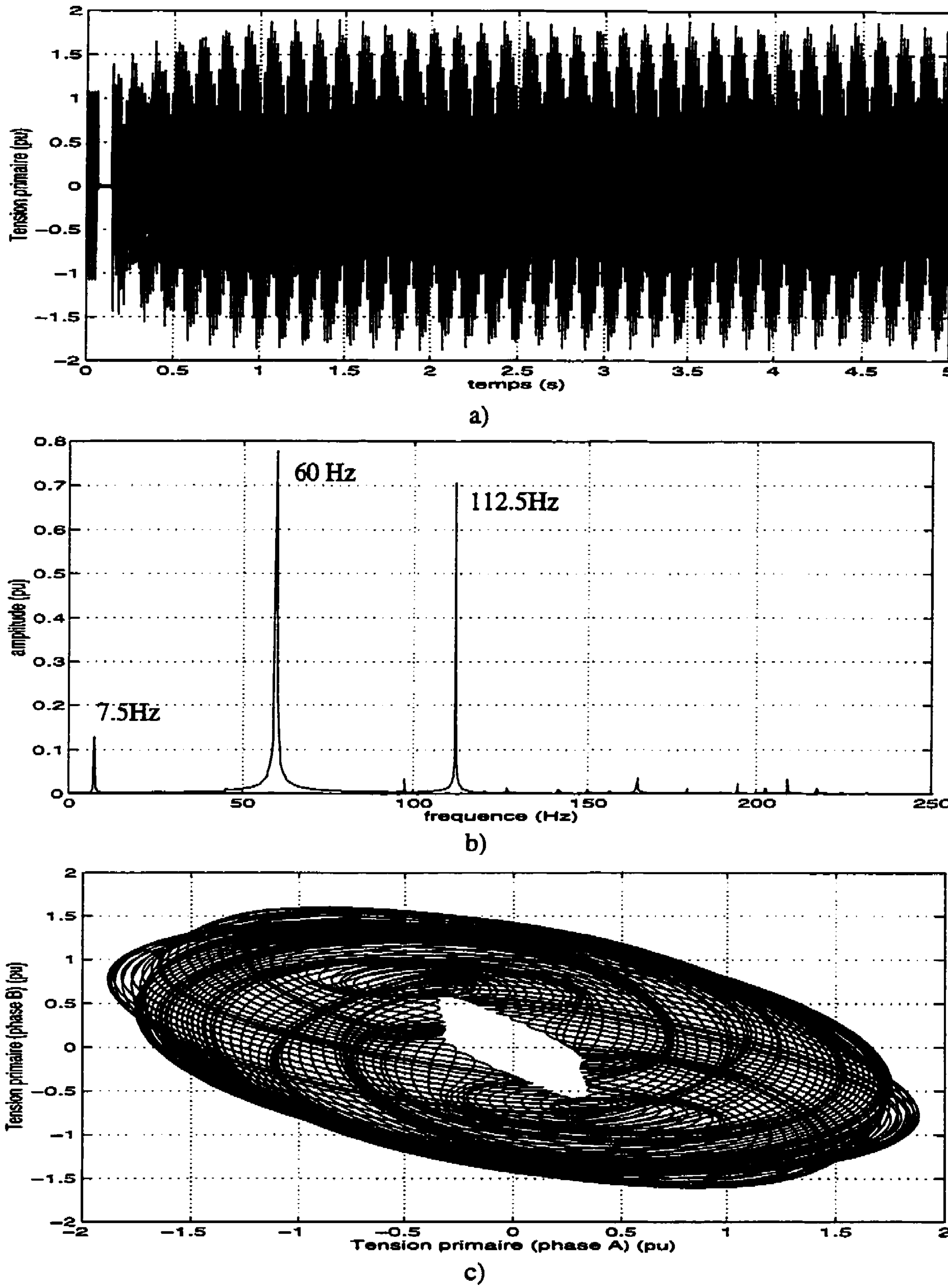
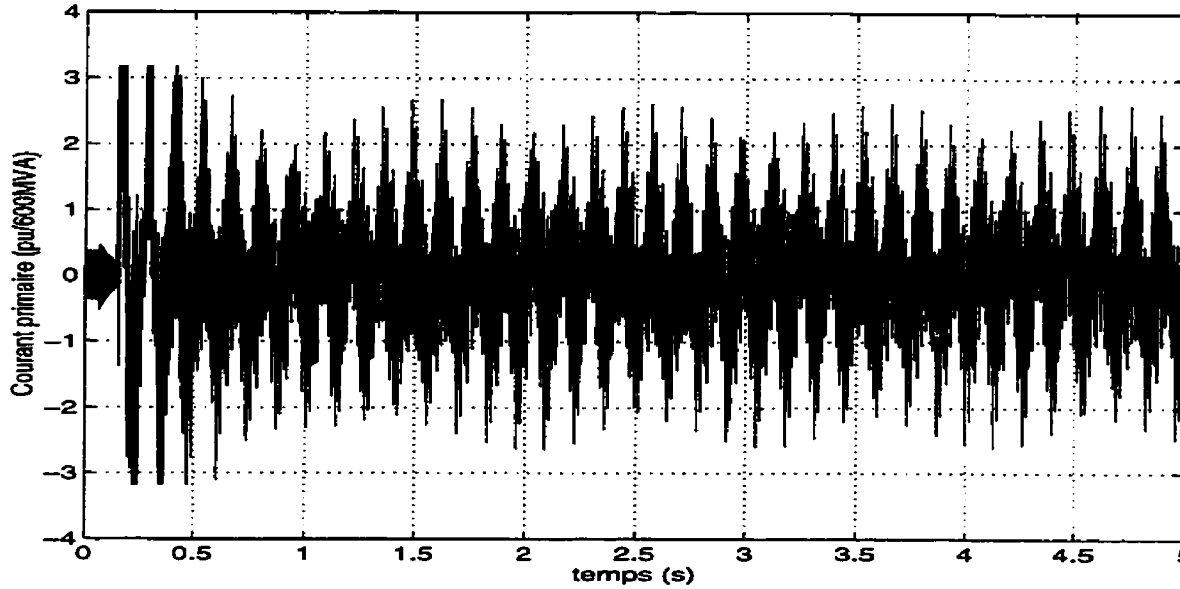
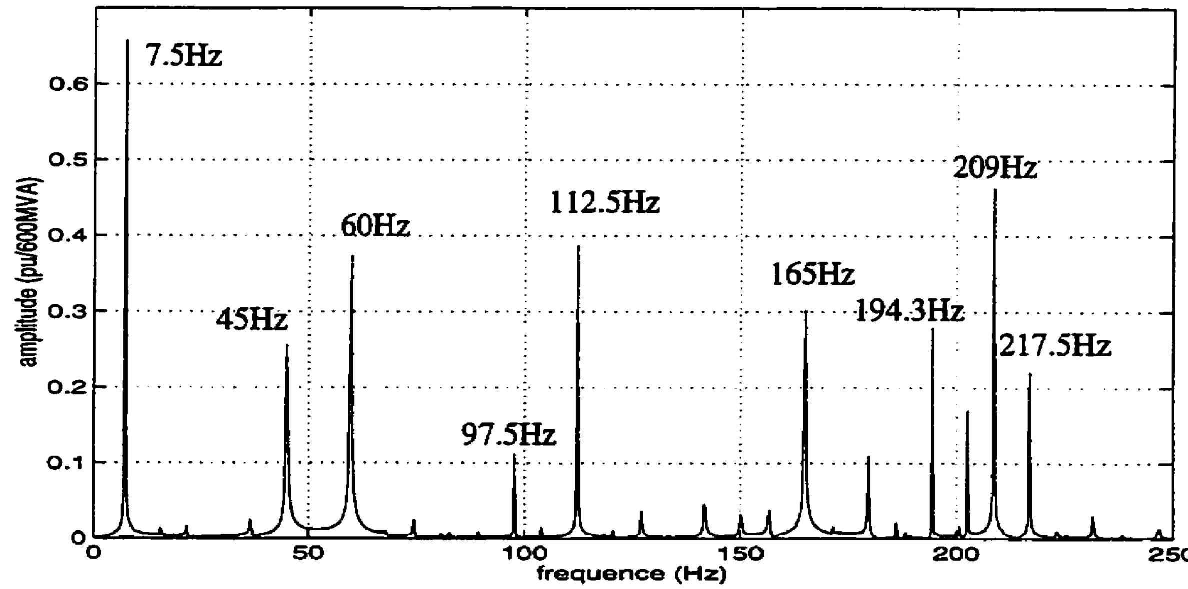


Figure 5.27 : a) Tension primaire (phase A), b) spectre en fréquence mesuré de 2 s à 5 s et c) plan de phase : tension primaire (phase A) vs tension primaire (phase B). Essai (011-6)



a)



b)

Figure 5.28 : a) Courant primaire (phase A), b) spectre en fréquence mesuré de 2 s à 5 s. Essai (011-6)

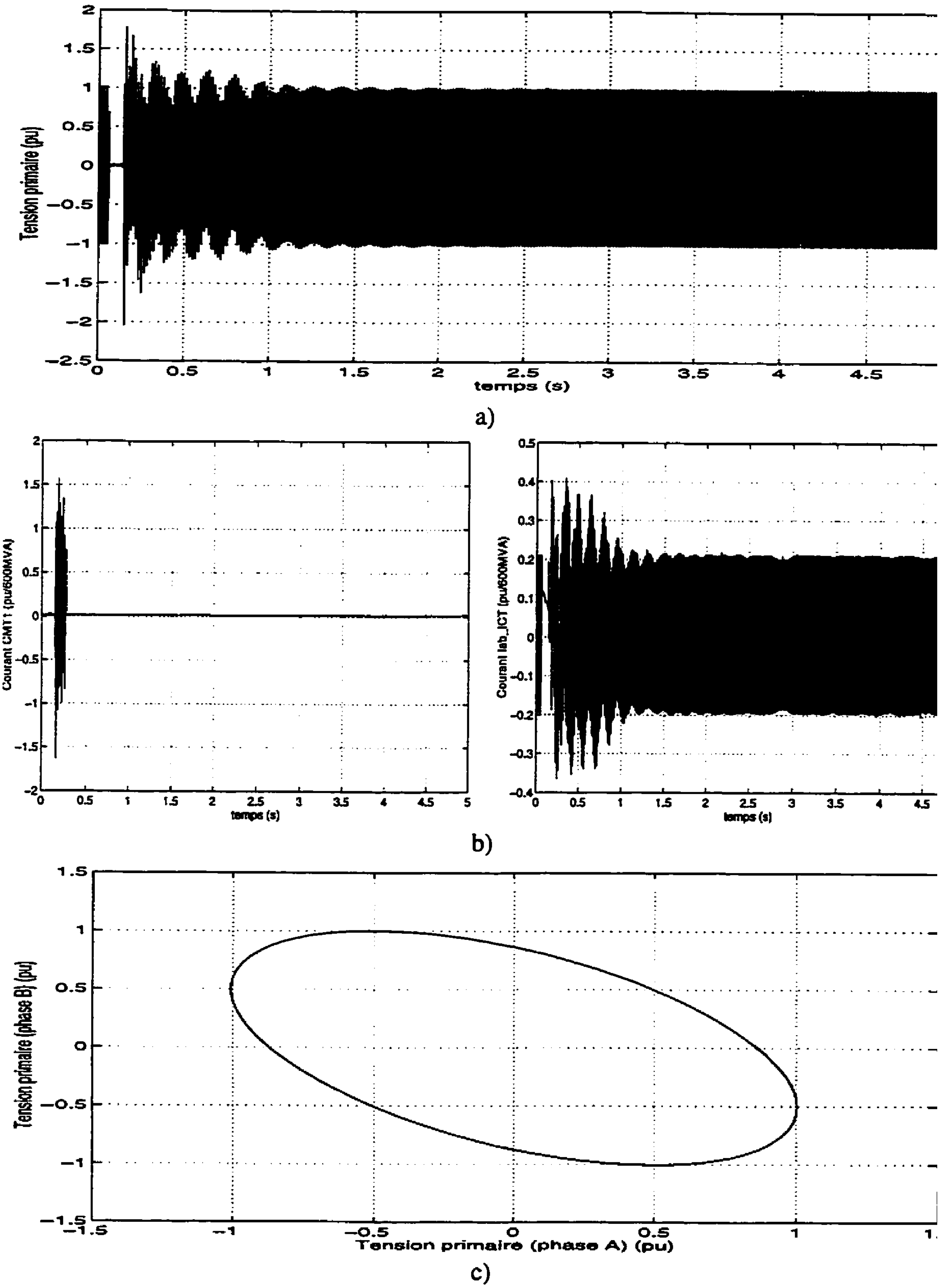


Figure 5.29 : a) Tension primaire (phase A), b) courant dans CMT1 et ICT (phase A-B) et c
plan de phase : tension primaire (phase A) vs tension primaire (phase B). Essai (013-4)

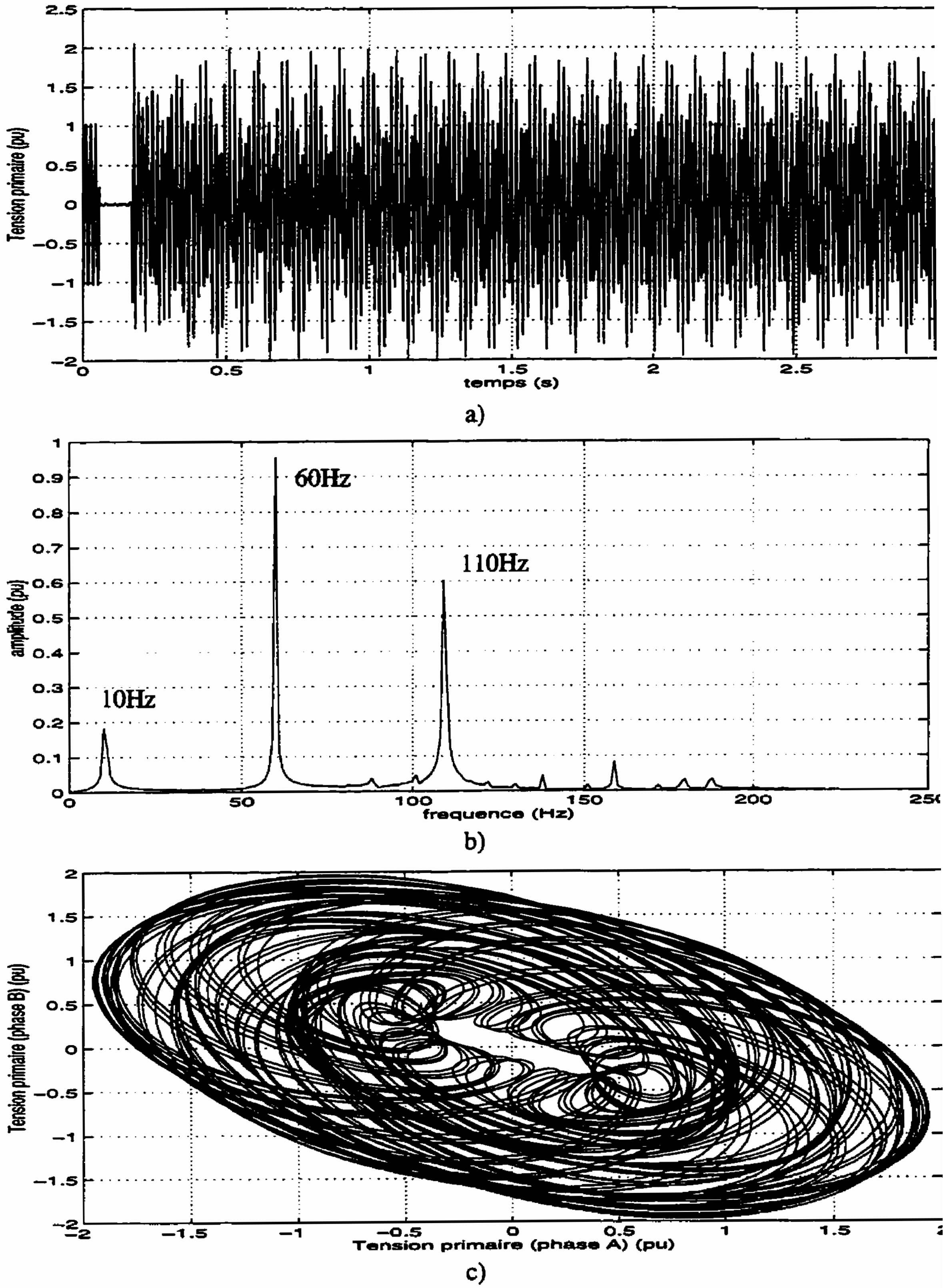


Figure 5.30 : a) Tension primaire (phase A), b) spectre en fréquence mesuré de 2 s à 3 s et c) plan de phase : tension primaire (phase A) vs tension primaire (phase B). Essai (015-1)

Différentes solutions ont été envisagées au chapitre I §1.2.4 pour éliminer les problèmes de ferrorésonance lorsque ces derniers sont détectés. Parmi ces solutions on retrouve :

1- le passage en mode manuel à 0 MVAR du compensateur statique

2- le court-circuit des condensateurs de la compensation sur les lignes "en antenne".

Ces deux méthodes s'étaient montrées efficaces pour éliminer le problème de ferrorésonance qui avait été observé à la barre Albanel (ALB7) lors de l'étude de la stabilité des compensateurs [12].

Cependant, compte-tenu des simulations présentées dans ce chapitre, la solution qui consiste à passer en mode manuel à 0 MVAR doit être rejetée. En effet, les simulations sur le circuit #3, qui est tout à fait réaliste, montrent que la ferrorésonance persiste en régime permanent, peu importe le mode de fonctionnement du compensateur statique.

La deuxième solution, qui consiste à court-circuiter les condensateurs séries, est toujours valable. Cependant, la compensation série n'est évidemment plus en service durant le court-circuit. Une autre méthode intéressante à envisager serait celle de la compensation série variable. Une fois le problème de ferrorésonance détecté, une variation du taux de compensation série changerait l'impédance du réseau et la fréquence de son mode sous-synchrone. Sachant que la ferrorésonance est très sensible à l'impédance du réseau au voisinage du mode sous-synchrone et à sa fréquence, il est plus que probable qu'un changement approprié du taux de compensation série serait suffisant pour éliminer la ferrorésonance sans avoir à court-circuiter la compensation série. Cependant, des études restent à faire dans ce domaine, études dans lesquelles le formalisme et les méthodes développées dans cette thèse seraient utilisés.

5.9 Conclusion

Une description physique du phénomène de la ferrorésonance a été présentée dans ce chapitre. Cette compréhension physique a permis de mettre au point une méthode générale d'analyse qualitative des cas potentiels de ferrorésonance. Cette méthode est basée sur l'observation de l'impédance du réseau en fonction de l'état de saturation des éléments n(linéaires dans ce dernier.

L'utilisation de cette analyse qualitative complétée par les méthodes mathématiques permis de prévoir trois nouvelles configurations de réseau pour lesquelles la ferrorésonan(peut exister.

Les simulations analogiques, réalisées au simulateur de l'IREQ, ont validé les résulta théoriques. En outre, ces simulations ont mis en évidence que la ferrorésonance peut persist(en régime permanent, même lorsque les compensateurs statiques sont complètement ho: service. Nous n'avons pas pu étudier l'influence de la commande du compensateur statique sı la ferrorésonance, car un système de protection, implanté dans le contrôleur du compensateu interrompt les impulsions d'amorçage des interrupteurs électroniques, ce qui provoque la mi: hors service du compensateur.

Deux solutions ont été envisagées pour éliminer les problèmes de ferrorésonance. L première, qui avait déjà été proposée dans [12], consiste à court-circuiter les condensateurs c la compensation série sur les lignes “en antenne”. Cette solution a déjà montré son efficacit(La seconde consiste à utiliser la compensation série variable pour faire décrocher les solutior ferrorésonantes. Des études supplémentaires sont nécessaires pour valider cette méthode.

Conclusion générale

Cette thèse présente les différentes étapes de l'étude des phénomènes de ferrorésonai qui ont été observés sur des configurations dégradées du réseau Hydro-Québec compensé sé et shunt. Ces étapes sont :

1- l'étude des techniques de compensation des lignes de transport d'énergie électriç (annexe A)

2- la présentation du problème d'instabilité des compensateurs statiques l'identification de la ferrorésonance comme en étant la cause

3- la présentation des concepts mathématiques de base de la théorie des systèn dynamiques qui sont nécessaires à l'étude de la ferrorésonance

4- le développement des méthodes numériques pour le calcul des différents régin ferrorésonants

5- la modélisation, par des circuits électriques, des configurations dégradées du rése et des transformateurs des compensateurs statiques

6- la présentation des résultats théoriques et expérimentaux de nos recherches sur ferrorésonance.

À l'annexe A, il est démontré que les deux contraintes fondamentales requises pour transport de l'énergie électrique sont : le maintien du synchronisme entre les alternateurs et maintien d'un niveau de tension proche de la tension nominale à tous les points sur le rése

Afin de respecter ces deux contraintes, il est nécessaire d'exercer une forme adéquate compensation des lignes de transport. Sur le réseau Hydro-Québec, la compensation sh passive et la compensation par sectionnement sont en service depuis plusieurs années. I compensateurs statiques et des compensateurs synchrones sont utilisés pour la compensat par sectionnement, alors que des inductances sont utilisées pour la compensation shunt passi En plus de ces deux types de compensation, Hydro-Québec a décidé d'ajouter la compensat série afin d'augmenter davantage la stabilité de son réseau de transport. Cette compensation réalisée en ajoutant des condensateurs en série avec les lignes.

L'interaction entre ces condensateurs et les inductances de la compensation sh passive crée des modes de résonance sous-synchrones, dans la gamme 5 Hz à 15 Hz, l'impédance du réseau vue des noeuds où sont installés les compensateurs statiques. Des mo de résonance hyper-synchrones sont également présents sur cette impédance. Ces derniers s causés, entre autre, par l'interaction des inductances série des lignes et de leurs capacités shu Pour les configurations dégradées du réseau, l'amplitude des modes sous-synchrones p atteindre des valeurs très élevées (plus de 2500 Ω), alors que celles des résonances hyp synchrones, situées dans la gamme de 85 Hz à 150 Hz, peuvent atteindre une valeur au élevée que 2200 Ω.

L'excitation des modes sous-synchrones, à la suite d'une perturbation appliquée a bornes d'entrée d'un compensateur statique, engendre des composantes sous-synchrones flux magnétique dans le noyau du transformateur d'entrée du compensateur. Il est démont au premier chapitre, que ces composantes de flux sont parfois suffisamment importantes po saturer le circuit magnétique du transformateur. Au cours du fonctionnement instable d compensateurs statiques, décrits dans ce même chapitre, les transformateurs sont en état saturation magnétique. Ces instabilités, qui se manifestent par des oscillations sous-synchron de la tension aux bornes du compensateur, ont été observées uniquement sur des configuratio dégradées, mais réalistes, du réseau.

L'un des objectifs de la thèse était de mieux comprendre ces problèmes d'instabilité d'en identifier clairement la cause afin d'apporter les solutions les plus adéquates. N recherches ont identifié le phénomène de la ferrorésonance comme étant la principale cause ces problèmes. Cette identification est d'ailleurs l'une des conclusions les plus importantes la thèse.

La ferrorésonance est causée par la saturation magnétique des transformateurs d compensateurs statiques. Par ailleurs, on montre que, dans certains cas, les problèm d'instabilité persistent, en régime permanent, même lorsque le compensateur est complèteme hors service : les interrupteurs électroniques de l'inductance contrôlée et ceux d condensateurs manoeuvrés sont en circuit ouvert. Dans ces derniers cas, le réseau alimente transformateur du compensateur statique à vide. La boucle de régulation de tension c compensateur statique ne peut pas être tenue responsable de l'instabilité. Seul le phénomène c ferrorésonance, entretenue par l'interaction entre le réseau et le transformateur c compensateur, peut en être responsable. Devant ce problème, nous avons orienté n recherches vers l'étude de la ferrorésonance dans le réseau Hydro-Québec compensé série shunt.

La théorie des systèmes dynamiques a été retenue comme étant l'environneme conceptuel le plus approprié pour étudier la ferrorésonance. Les équations d'état du résea avec le transformateur d'entrée du compensateur statique, forment un système dynamique nc linéaire. Dans le chapitre II, tous les cas possibles de ferrorésonance sont illustrés : périodique quasi-périodiques et chaotiques. L'application de Poincaré s'est avérée une technique tr efficace pour identifier rapidement les différents types de solutions non linéaires. Une solutic périodique correspond à un point dans la section de Poincaré, une solution quasi-périodiq correspond à une courbe fermée dense, alors qu'une solution chaotique est associée à u attracteur étrange.

Les méthodes numériques associées à la théorie des systèmes dynamiques nécessaires à l'étude de la ferrorésonance sont présentées au troisième chapitre. La méthode d Galerkine et la méthode de la recherche des points fixes de l'application de Poincaré so utilisées pour rechercher les solutions périodiques en régime permanent. La méthode d continuation par pseudo-longueur d'arc, permet de suivre l'évolution des solutions périodique en fonction de la variation d'un paramètre de bifurcation. Nous avons programmé ces méthode dans l'environnement du code de calcul MATLAB version 4.2c. Elles ont été utilisées ave succès pour l'étude de plusieurs solutions ferrorésonantes. Elles sont cependant tributaires d la précision des méthodes de simulation numériques nécessaires à leur mise en oeuvre. P ailleurs, l'utilisation de ces méthodes est limitée aux petits systèmes d'équations. Il est don important de sélectionner judicieusement les modèles électriques du réseau et de transformateurs des compensateurs statiques afin minimiser le nombre de variables d'état d système tout en demeurant réaliste vis-à-vis des phénomènes physiques à simuler.

Le quatrième chapitre concerne la modélisation du réseau et celle du transformat d'un compensateur statique par des circuits électriques monophasés et triphasés. L paramètres du circuit équivalent de réseau sont identifiés de façon à ce que l'impédance de circuit soit compatible avec celles des configurations dégradées du réseau Hydro-Québec da la bande de fréquence comprise entre 0 Hz et 200 Hz. L'impédance du circuit équivalent Thévenin des configurations dégradées se caractérise principalement par une résonance sou synchrone et une résonance hyper-synchrone de grandes amplitudes. Nous avons dévelop au quatrième chapitre, une méthode systématique pour identifier chacun des paramètres circuit équivalent.

Le transformateur d'entrée d'un compensateur statique triphasé est composé de tr transformateurs monophasés. Dans la modélisation de ce transformateur, le phénomè d'hystérésis est négligé mais la saturation magnétique est prise en compte. L'ajustement d points expérimentaux de la courbe de saturation, exprimée en fonction du courant magnétisation et du flux magnétique, ainsi que l'ajustement des dérivées première et secon du courant de magnétisation par rapport au flux magnétique sont présentés au quatrièn chapitre. L'étude de la ferrorésonance du réseau Hydro-Québec a été effectuée sur le circu équivalent de réseau associé au circuit équivalent du transformateur du compensateur statiqu

Une méthode originale d'analyse qualitative de l'impédance des circuits non linéair a été développée au cinquième chapitre. Cette analyse, basée sur une interprétation physiq de la ferrorésonance, permet de cerner les cas potentiels de l'apparition de celle-ci dans l circuits. Elle a été utilisée avec succès pour prédire les cas de ferrorésonance dans dive circuits non linéaires. L'application de cette méthode permet d'orienter rapidement recherche des solutions spécifiques qui peuvent prendre naissance dans un circuit. Les outi mathématiques, développés aux chapitres II et III, sont ensuite utilisés pour recherch spécifiquement ces solutions. Cette procédure générale d'analyse des phénomènes ferrorésonance dans les circuits est originale et efficace. Elle permet d'analyser d'une faç relativement simple des phénomènes qui étaient jusqu'alors mal compris et dont l'étude bénéficiait pas d'une approche systématique.

Cette approche générale a été utilisée pour prédire différentes solutions ferrorésonant dans des configurations dégradées réalistes du réseau Hydro-Québec. Ces solutions ont é vérifiées expérimentalement lors d'une campagne d'essais au simulateur analogique de rése de l'IREQ. Nous avons ainsi mis en évidence de nouvelles configurations dégradées du rése qui présentent des cas de ferrorésonance plus sévères que ceux qui avaient été observ initialement [12]. En effet, nos recherches ont démontré que la ferrorésonance peut exister régime permanent stable dans les transformateurs de compensateurs statiques lorsque derniers sont complètement hors service. Ce résultat très important nous a permis de concl que la solution, qui avait été initialement proposée [12] et qui consiste à opérer le compensat statique en mode manuel à 0 MVAR lorsqu'il y a une problème d'instabilité, n'est adéquate.

Par ailleurs, les essais au simulateur ont mis en évidence un nouveau problème, asso au système de synchronisation du circuit de commande des interrupteurs électroniques compensateur statique, qui se manifeste lors de certains cas sévères de ferrorésonance. automatisme de protection, dans le contrôleur du compensateur statique, met hors service système d'amorçage des interrupteurs électroniques en raison des difficultés synchronisation sur la tension au secondaire du transformateur du compensateur. Dans ce c le compensateur devient complètement hors service, il ne peut donc plus être utilisé p éliminer le problème de ferrorésonance.

À notre avis, la solution qui doit être retenue, dans l'immédiat, pour éliminer problèmes d'instabilité, est celle qui consiste à court-circuiter, pour une durée de quelqu cycles, les condensateurs de la compensation série sur les lignes "en antenne" lorsq l'instabilité a été détectée [12]. Cette méthode a déjà démontré son efficacité [12].

Nous avons identifié la ferrorésonance comme étant le problème d'instabilité d compensateurs statiques. La théorie des systèmes dynamiques a été identifiée comme éta l'environnement conceptuel le plus adéquat pour étudier la ferrorésonance. Les définitions, concepts de base et les méthodes numériques associés à cette théorie sont présentés dans thèse. L'application de ces méthodes pour l'étude de la ferrorésonance des configuratio dégradées du réseau Hydro-Québec s'est avérée concluante. Maintenant que le problème suffisamment clarifié et que les outils mathématiques sont développés, nous sommes d'a que des recherches restent à être entreprises au niveau de l'utilisation des compensate statiques pour éliminer les problèmes de ferrorésonance. Ces derniers, qui n'ont pas pu ê utilisés en raison des problèmes de synchronisation, n'en demeurent pas moins des disposit qui peuvent absorber ou générer une quantité importante de puissance réactive. Il semb envisageable de développer des stratégies de commande des compensateurs statiques, po éliminer les problèmes de ferrorésonance, à condition de développer un système approprié commande des interrupteurs électroniques. Ce dernier demeurerait en service même lorsque tension secondaire est très déformée, ce qui permettrait aux compensateurs statiques d'ag durant les problèmes de ferrorésonance. La définition du problème de thèse posé initialeme ne nous permettait toutefois pas de développer ce système de commande.

Par ailleurs, dans une perspective d'avenir, nous croyons qu'une utilisation adéquate la compensation série variable, en agissant sur la fréquence des modes de résonance sou synchrones, pourrait éliminer les problèmes de ferrorésonance dans le réseau de transpo d'Hydro-Québec compensé série et shunt. Des études pourraient être entreprises dans ce ser études dans lesquelles le formalisme et les méthodes développées dans cette thèse seraie utilisés.

Bibliographie

[1] T.J. E. Miller; "Reactive Power Control in Electric Systems"; John Wiley & So
1982.

[2] C.A. Gross; "Power System Analysis"; John Wiley & Sons,1986.

[3] J.D. Glover, M. Sarma; "Power System Analysis and Design"; PWS Publishi
Company, 1994.

[4] T. Gönen; "Electric Power System Engineering : Analysis and Design"; John Wiley
Sons, 1988.

[5] IREQ; "Notes de Cours sur les Compensateurs Statiques"; IREQ, juin 1992.

[6] The committee on static compensation, Canadian Electrical Association; "Sta
Compensators for Reactive Power Control"; Cantext Publications, Winnipeg, 1986.

[7] R. Elsliger, Y. Hotte, J.C. Roy; "Optimisation of Hydro-Québec's 735-kV Dynami
Shunt-Compensated System Using Static Compensators on a Large Scale"; IEEE Pl
Winter Meeting, Paper A78 107-5, New-York, January/February 1978.

[8] D. H. Baker, L. Gérin-Lajoie, A. F. Imece, E. V. Larsen, G. Scott; "Basic aspects
applying SVC's to series-compensated AC transmission lines"; IEEE Winter Meetir
Atlanta, February 1990.

[9] D.H. Baker, S. Breault, L. Gérin-Lajoie; "Hydro-Québec Multiple SVC Applicati
Control Stability Study"; IEEE winter meeting, Atlanta, February 1990.

[10] G. Sybille, P. Giroux, Équipe Études des systèmes de commande Service Simulati de réseaux V.P. Laboratoires, TAI; "Étude de la Stabilité des Compensateurs Statiq sur le Réseau HQ Compensé Série", Rapport d'Étape no. 1; IREQ, Juillet 1991.

[11] G. Sybille, P. Giroux, L. Gérin-Lajoie, Équipe Études des systèmes de comman Service Simulation de réseaux V.P. Laboratoires, TAI; "Étude de la Stabilité c Compensateurs Statiques sur le Réseau HQ Compensé Série", Rapport d'Étape no. IREQ, Janvier 1992.

[12] G. Sybille, L. Gérin-Lajoie, Équipe Études des systèmes de commande Servi Simulation de réseaux Direction Technologie de réseaux, VPTI; "Étude de la Stabil des Compensateurs Statiques sur le Réseau HQ Compensé Série", Rapport final; IRE Août 1992.

[13] G. Sybille, L. Gérin-Lajoie, P. Giroux; "Interactions between Static Var Compensat and Series Compensation on Hydro-Québec 735kV Network"; Canadian Electri Association, Vancouver, March 1992.

[14] R. Gagnon, P. Viarouge, G. Sybille, "Étude de la Ferrorésonance dans un Rése Compensé Série", Congrès Canadien en génie Électrique et Informatique - IEEE Pr pp. 447-452, Montréal Septembre 1995.

[15] R. Gagnon, P. Viarouge, G. Sybille, "Developing a Nonlinear Dynamic Toolbox for t Study of Electric Power System Ferroresonance", "5th International Conference *ELECTR*IMACS", Saint-Nazaire (France), septembre 1996.

[16] A. Sbai, C. Kieny; "Application des Méthodes de Garlerkine et des Fonctio Descriptives à l'Étude de la Ferrorésonance"; Électricité De France, Bulletin de Direction des Études et Recherches, série B no. 3, 1986.

[17] C. Kieny, A. Sbai; "Étude de la Ferrorésonance dans les Réseaux Électriqu Recherche des Solutions de l'Équation Obtenue par la Méthode de Galerkine à l'Ai de la Méthode Pseudo-Abscisse Curviligne"; Électricité De France, Bulletin de Direction des Études et Recherches, série B no. 1, 1989.

[18] C. Kieny, A. Sbai; "Ferrorésonance et Surtensions dans les Postes 400 kv Exploités Piquage"; Électricité De France, Bulletin de la Direction des Études et Recherch série B no. 4, 1989.

[19] C. Kieny, A. Sbai, B.A. Fathi; "Notions de Bifurcations. Applications à l'Étude de Ferrorésonance"; Électricité De France, Bulletin de la Direction des Études Recherches, série B no. 2, 1991.

[20] C. Kieny; "Application of the Bifurcation Theory in Studying and Understanding Global Behavior of a Ferroresonant Electric Power Circuit"; IEEE Transactions Power Delivery, Vol. 6, no. 2, April 1991.

[21] L. Quivy, C. Kieny; "Pseudo-Periodic Ferroresonant Solutions Stability in Pov Networks Application of Bifurcation Theory and Lyapounov Exponents"; Modelli and Control of Electrical Machines, IMACS, 1991.

[22] P. Bornard, V. Collet Billon, C. Kieny; "Protection of EHV Power Systems Agai Ferroresonance"; cigré Paris, 1990 Session, 26th August - 1st September.

[23] K. Ben Driss, C. Kieny, B. Lorcet; "Perturbation Method for the Continuation of St Harmonic States of Parallel Ferroresonant Circuits"; IMACS-TC1 1993.

[24] C. Kieny, G. Le Roy, A. Sbai; "Ferroresonance Study Using Galerkin Method w Pseudo-Arclength Continuation Method"; IEEE Transactions on Power Delivery, V 6, no. 4, October 1991.

[25] N. Germay, S. Mastero, J. Vroman; "Review of Ferro-Resonance Phenomena in Hig Voltage Power System and Presentation of a Voltage Transformer Model f Predetermining Them"; cigré, 1974.

[26] N. Janssens, V. Vanderstockt, H. Denoel, P.A. Monfils; "Elimination of Tempora Overvoltages Due to Ferroresonance of Voltage Transformers": Design and Testing a Damping System; cigré Paris, 1990 Session, 26th August - 1st September.

[27] N. Janssens; " Calcul des Zones d'Existence des Régimes Ferrorésonants pou Circuit Monophasé"; Conférence canadienne de l'IEEE sur la communivatio l'énergie, Montréal, 18-20 Octobre, 1978.

[28] B.A. Mork, D.L. Stuehm; "Application of Nonlinear Dynamics and Chao Ferroresonance in Distribution Systems"; IEEE/PES 1993 Summer Meeti Vancouver, B.C. Canada, July 18-22, 1993.

[29] B.S. Ashok Kumar, S. Ertem; "Capacitor Voltage Transformer Indu Ferroresonance". Causes, Effects and Design Considerations; Electric Power Syst Research, 1990.

[30] R. Hoerauf, N. Nichols; "Avoiding Potential Transformer Ferroresonant Problem Industrial Power Systems"; IEEE, Industrial and Commercial Power Syste Technical Conference, Chicago Ill., 1989.

[31] J.D. Bronfeld; "Ferroresonant Overvoltages Associated with Utility Interconnectio Independent Power Producers"; IEEE Southern Tier Technical Conference, 1988.

[32] B.P. Daay; "Ferroresonance Destroys Transformers"; IEEE, Southeastcon 1991.

[33] W.S. Vilcheck, M.V. Haddad; "Voltage Transformer Ferroresonance in Cogenerat Substation"; IEEE, Pulp and Paper Industry Technical Conference, 1992.

[34] Mutsuo Tadokoro, Fujio Tatsuta, Hiromichi Nagata, Toshiaki Yamazaki; "Analysis Abnormal Oscillations of a Three-Phase Nonlinear Circuit"; Electrical Engineering Japan, Vol. 110, No. 6, 1990.

[35] A.S. Akpinar, S.A. Nasar; "An Approach to the Analysis of Fundamental Freque Ferroresonance"; Electric Machines and Power Systems, 18:173-192, 1990.

[36] A.S. Akpinar, S.A. Nasar; "Harmonic Balance Analysis of the Subharmo Ferroresonance"; Electric Machines and Power Systems, 18:409-428, 1990.

[37] S. Mitrea, A. Adascalitei; "On the Prediction of Ferroresonance in Distributi Networks"; Electric Power Systems Research, 1992.

[38] G.C. Paap, E.J.A. Vos; "On the Steady-State Determination of Networks Containi Magnetic Nonlinearities"; Archiv für Elektrotechnik; 1990.

[39] G.F. Munchnik, M.G. Domanin, A.Yu. Astakov; "Regularities in the Transition Forced Oscillations in a Non-Linear RLC-Circuit into a Stochastic State"; Electr Technology USSR No. 2, pp. 89-99, 1989.

[40] Abdelfatah M. Mohamed, Fawzi P. Emad; "Nonlinear Oscillations in Magnet Bearing Systems", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 38, No. 8, Augu 1993.

[41] C.M.A. Nayar, S. Ashok, A. Boussant; "Closing Resistors for EHV Circuit Breaker A New Concept"; 2nd International Seminar on Switchgear and Controlgea Bangalore (India), 16-17 June 1988.

[42] J.F. Hauer; "State-Space Modeling of Transmission Line Dynamics Via Nonline Optimisation"; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-10 No. 12, December 1981.

[43] J.F. Hauer, "Power System Identification by Fitting Structured Models to Measure Frequency Response"; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vo PAS-101. No. 4, April 1982.

[44] System Control Division of Power Automation, Inc.; "Electromagnetic Transie Program (EMTP)"; EPRI EL-4651, Volume 3, 1989.

[45] E. Perterson; "Impedance of Non-Linear Circuit Element"; A.I.E.E., Pittsfield, Mass May 25-28, 1927.

[46] D.J. Wilcox, W.G. Hurley, M. Conlon; "Calculation of Self and Mutual Impedance between Sections of Transformer Windings"; IEE Proceedings. Vol 136. Pt. C, No. September 1989.

[47] R.B. Yarbrough; "Circuit Models Transformers"; IEEE Transactions on Educatio Vol. E-12, No. 3, September 1969.

[48] S.N. Talukdar, J.K. Dickson, R.C. Dugan, M.J. Sprinzen, C.J. Lenda; "On Model Transformer and Reactor Saturation Characteristics for Digital and Analog Studi IEEE PES Summer Meeting & Energy Ressources Conf., Anaheimm Cal., July 14- 1974.

[49] E.P. Dick, W. Watson; "Transformer Models for Transient Studies Based on Fi Measurements"; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-1 No. 1, January 1981.

[50] H.W. Lord; "An Equivalent Circuit for Transformers in Which Nonlinear Effects Present"; AIEE Middle Eastern District Meeting, Baltimore, Md., May 19-21, 195

[51] J. Avila-Rosales, F.L. Alvarado; "Nonlinear Frequency Dependent Transformer Mo for Electromagnetic Transient Studies in Power Systems"; IEEE Transactions Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No. 11, November 1982.

[52] S. Casoria, M.M. Gavrilovic, X.D. Do; "A Model of the Transformer Core Hyster for Digital Simulation of Electromagnetic Transients in Power System"; IMACS, 19

[53] X.S. Chen, P. Neudorfer, S. Cheng; "Simulation of Ferroresonance in Low-L Grounded Wye-Wye Transformers Using a New Multi-Legged Transformer Mode EMTP"; IEE 2nd International Conference on Advances in Power System Cont Operation and Management, December 1993.

[54] W. Seitlinger; "Transformer Model, Based on the Magnetic Circuit"; Cigré, 30 Augu 5 September, 1992.

[55] X.S. Chen, P. Neudorfer; "Digital Model for Transient Studies of a Three-phase Fi Legged Transformer"; IEE Proceedings-C, Vol. 139, No. 4, July 1992.

[56] F. de León, A. Semlyen; "Complete Transformer Model for Electromagne Transients"; IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 9, No. 1, January 1994.

[57] T.S. Sidhu, M.S. Sachdev, H.C. Wood; "Detecting Transformer Winding Faults Us Non-Linear Models of Transformers"; Fourth International Conference

Developments in Power System Protection, University of Edinburgh, 11-13 Ap
1989.

[58] P. Bertrand, A. Devalland, P. Bastard; "A Simulation Model for Transformer Inter
Faults, Base for Protection and Monitoring Systems"; 12th International Conference
Electricity Distribution, 1973.

[59] C. Hatziantoniu, G.D. Galanos, J. Milias-Argitis; "An incremental Transformer Mo
for The Study of Harmonic Overvoltages in Weak AC/DC Systems", IE
Transactions on Power Delivery, Volume 3, No. 3, July 1988.

[60] S. Chimklai, J.R. Marti; "Simplified Three-Phase Transformer for Electromagne
Transient Studies"; 94 SM 410-1 PWRD.

[61] C.E. Lin, J.C. Yeh, C.L. Huang, C.L. Cheng; "Transient Model and Simulation
Three-Phase Three-Limb Transformers"; 94 SM 408-5 RWRD.

[62] P. Bastard, P. Bertrand, M. Meunier; "A Transformer Model for Winding Fa
Studies"; IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 9, No. 2, April 1994.

[63] D. Dolinar, J. Pihler, B. Grcar; "Dynamic Model of a Three-Phase Pow
Transformer"; IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 8, No. 4, October 1993.

[64] E.H. Abed, H.O. Wang, J.C. Alexander, A.M.A. Hamdan, H.C. Lee; "Dynan
Bifurcations in a Power System Model Exhibiting Voltage Collapse"; Internatio
Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 3, No. 5, 1169-1176, 1993.

[65] G.A. Johnson, E.R. Hunt; "Controlling Chaos in a Simple Autonomous Systen
Chua's Circuit"; International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 3, No. 3, 78
792, 1993.

[66] C.A. Canizares, F.L. Alvarado; "Point of Collapse and Continuation Methods for La
AC/DC Systems"; IEEE Transactions on Power Sytems, Vol. 8, No. 1, February 19

[67] Z.C. Zeng, F.D. Galiana, B.T. Ooi, N. Yorino; "A Simplified Approach to Estim Maximum Loading Conditions in the Load Flow Problem"; IEEE Transactions Power Sytems, Vol. 8, No. 2, May 1993.

[68] I. Dobson, L. Lu; "New Methods for Computing a Closest Saddle Node Bifurcation a Worst Case Load Power Margin for Voltage Collapse"; IEEE Transactions on Pow Sytems, Vol. 8, No. 3, August 1993.

[69] V. Venkatasubramanian, H. Schättler, J. Zaborszky; "Voltage Dynamics : Study o Generator with Voltage Control, Transmission, and Matched MW Load", IEI Transactions on Automatic Control, Vol. 37, No. 11, November 1992.

[70] L.O. Chua, C.W. Wu, A. Anshan, G.Q. Zhong; "A Universal Circuit for Studying a Generating Chaos - Part I : Routes to Chaos"; IEEE Transactions on Circuits a Systems-I : Fundamental Theory and Applications, Vol. 40, No. 10 , October 1993.

[71] L.O. Chua, C.W. Wu, A. Anshan, G.Q. Zhong; "A Universal Circuit for Studying a Generating Chaos - Part II : Strange Attractors"; IEEE Transactions on Circuits a Systems-I : Fundamental Theory and Applications, Vol. 40, No. 10 , October 1993.

[72] L. Duchesne; "Using Characteristic Multiplier Loci to Predict Bifurcation Phenome and Chaos - A Tutorial"; IEEE Transactions on Circuits and Systems-I : Fundamen Theory and Applications, Vol. 40, No. 10 , October 1993.

[73] M.P. Kennedy; "Three Steps to Chaos - Part I : Evolution"; IEEE Transactions Circuits and Systems-I : Fundamental Theory and Applications, Vol. 40, No. 1(October 1993.

[74] M.P. Kennedy; "Three Steps to Chaos - Part II : A Chua's Circuit Primer"; IEI Transactions on Circuits and Systems-I : Fundamental Theory and Applications, V 40, No. 10 , October 1993.

[75] L. Wang, S.M. Lee, C.L. Huang; "Damping Subsynchronous Resonance Usi Superconducting Magnetic Energy Storage Unit"; IEEE Transactions on Ener Conversion, Vol. 9, No. 4, December 1994.

[76] T.S Parker and L.O. Chua; "Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems Springer-Verlag, New York, 1989.

[77] Ferdinand Verhulst; "Nonlinear Differential Equations and Dynamical Systems Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1990.

[78] Francis C. Moon; "Chaotic Vibrations, An Introduction for Applied Scientists ar Engineers"; John Wiley & Sons, 1987.

[79] D.K. Arrowsmith, C.M. Place; "Dynamical Systems, Differential equations, maps ar chaotic behaviour"; Chapman & Hall, 1992.

[80] Fathi M. A. Salam, Mark L. Levi; "Dynamical Systems Approaches to Nonline Problems in Systems and Circuits; Proceedings of the Conference on Qualitati Methods for the Analysis of Nonlinear Dynamics", New England College, Hennike New Hampshire, SIAM, 1988.

[81] Eusebius Doedel, Herbert B. Keller, Jean-Pierre Kernevez; "Numerical Analysis an Control of Bifurcation Problems (I) Bifurcation in Finite Dimensions"; Internation Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 1, No. 3, 493-520, 1991.

[82] J. Hale, H. Koçak; "Dynamics and Bifurcations"; Texts in Applied Mathematic Springer-Verlag New York Inc., 1991.

[83] Arthur Gelb, Wallace E. Vander Velde; "Multiple-Input Describing Functions an Nonlinear System Design"; McGraw-Hill Electronic Sciences Series, McGraw-Hi Book Company, 1968.

[84] Chihiro Hayashi; "Nonlinear Oscillations in Physical Systems"; McGraw-Hi Electrical and Electronic Engineering Series, McGraw-Hill Book Company, 1964.

[85] David A. Wismer, R. Chattergy; "Introduction to Nonlinear Optimization"; North Holland series in System Science and Engineering, Elsevier North-Holland, Inc., 197

[86] Control and Dynamic Systems; "Advances in Theory and Applications; volume (
Analysis and Synthesis Techniques in Complex Control and Dynamic System:
Academic Press, Inc, 1994.

[87] S. Wiggins; "Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos"; Te:
in Applied Mathematics, Springer-Verlag New York Inc., 1990.

[88] J. Guckenheimer & Holmes; "Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, a
Bifurcations of Vectors Fields"; Springer-Verlag, New-York, N.Y., 1983.

[89] J.C. Gille, M. Clique; "Systèmes Linéaires Équations d'État"; Éditions EYROLLE
Paris, 1984.

[90] T. Wildi; "Électrotechnique"; Les presses de l'Université Laval, 1991.

Annexe A

Lignes de transport d'électricité en régime permanent : contrôle de la puissance réactive

Le problème de ferrorésonance dont il est question dans cette thèse a été observé su réseau de transport à très haute tension (735 kV) qui utilise simultanément la compensat série et la compensation réactive shunt sur les lignes. Il est donc important, pour b comprendre le problème et pour mieux situer son origine, de décrire clairement ce qu'est réseau compensé par rapport à un réseau non compensé et d'expliquer l'intérêt de compensation.

Certaines généralités sur les réseaux d'énergie électrique sont présentées dan première partie de l'annexe. La définition d'un réseau d'énergie et ses principa caractéristiques sont discutées brièvement.

L'étude en régime permanent d'une ligne de transport qui est non compensée l'objet de la seconde partie de l'annexe. Les sujets traités sont : l'équation fondamentale lignes de transport, la solution de l'équation fondamentale, l'impédance caractéristique d' ligne et sa puissance naturelle, les performances de la ligne sans charge et en charge.

La compensation shunt passive, la compensation série et la compensation sectionnement des lignes de transport d'énergie sont présentées dans la troisième section l'annexe.

A.1 Généralités sur les réseaux d'énergie électrique [2,3,4]

Un réseau d'énergie électrique est un système d'éléments interconnectés qui est conç

1- pour convertir d'une façon continue de l'énergie qui n'est pas sous forme électriq en énergie électrique

2- pour transporter l'énergie électrique sur de longues distances

3- pour transformer l'énergie électrique sous des formes spécifiques soumises à d contraintes bien déterminées

4- convertir l'énergie électrique en une autre forme d'énergie utilisable (mécaniqu lumière, chauffage, etc.)

Un réseau d'énergie électrique est constitué d'un système de génération, d'un systèn de lignes de transport et d'un système de distribution de l'énergie. Un réseau produit (l'énergie électrique dans les centrales de génération, en un lieu géographique bien détermin transporte cette énergie sur des distances parfois très longues (1000 km dans le cas du rése Hydro-Québec) et distribue cette énergie à des consommateurs qui sont généralement éloign les uns par rapport aux autres.

Pour un consommateur, le réseau devrait idéalement être vu, de l'endroit où il pren son énergie électrique, comme une source de tension alternative parfaite : c'est-à-dire ur source dont l'amplitude et la fréquence sont constantes quelle que soit la charge qu'il connecte. Pour satisfaire leur clientèle, les compagnies d'électricité doivent donc s'efforcer (maintenir l'amplitude et la fréquence de la tension le plus près possible de leur valeur nomina sur tout le réseau d'énergie électrique.

Il est important de maintenir le niveau de tension près de la valeur nominale au différents noeuds du réseau. Dans les réseaux triphasés on parle souvent de barres plutôt qu de noeuds. Une barre est l'équivalent d'un noeud sur les trois phases du système. Des niveau de tension largement inférieurs à la tension nominale provoquent une dégradation considérab de la performance des charges et provoquent aussi des surintensités de courant dans les moteu d'induction utilisés dans de nombreuses usines; alors que des surtensions occasionnent des br d'équipements et des surintensités de courant dans les dispositifs constitués de matéria ferromagnétiques saturables, en particulier dans les transformateurs, et provoquent aussi u dégradation de la performance des charges.

Pour la majorité des réseaux et pour celui d'Hydro-Québec en particulier, la générati de l'énergie électrique est assurée par plusieurs alternateurs synchrones situés dans différent centrales de production. En régime permanent, ces machines tournent à vitesse constan définie comme la vitesse synchrone. Cette vitesse impose la fréquence de la tension sur réseau. Pour maintenir constante en régime permanent la fréquence de la tension, il est do essentiel que les alternateurs tournent tous à cette même vitesse. Le synchronisme d alternateurs est associé au concept de la stabilité du réseau.

Un système est dit stable s'il a tendance à continuer à fonctionner dans son mo normal (celui pour lequel il a été conçu) en régime permanent et s'il a tendance à revenir à mode de fonctionnent à la suite d'une perturbation. Une perturbation sur un réseau peut êt une manoeuvre prévue, comme l'enclenchement d'une inductance shunt, ou non prév comme un court-circuit causé par la foudre entre une phase et la terre par exemple. Lors de perturbation, l'amplitude de la tension aux différentes barres du réseau peut varier ainsi que fréquence. La variation de la fréquence est due aux variations de la vitesse des rotors d alternateurs. Un réseau d'énergie électrique est stable s'il est capable, en régime permanent à la suite d'une perturbation, de fournir la puissance qu'exigent les consommateurs tout maintenant constantes et près des valeurs nominales la fréquence, donc la vitesse de rotatio des alternateurs, et l'amplitude de la tension aux différentes barres du réseau.

On définit trois types de stabilité :

1-la limite de stabilité en régime permanent

2- la stabilité dynamique

3- la stabilité transitoire.

Soit un alternateur connecté sur un réseau qui alimente une charge par l'intermédiai de lignes de transport. Si la charge augmente graduellement, suffisamment lentement po maintenir le système en régime permanent, l'alternateur fournit la puissance requise par charge tout en maintenant sa vitesse de rotation constante. Toutefois, il existe une limite puissance active qui peut être fournie à la charge de façon stable, c'est-à-dire en mainten constante la vitesse de rotation de l'alternateur. Si, à partir de cette limite, on veut four encore plus de puissance à la charge, en ouvrant les vannes d'amenée d'eau d'une turbine exemple, l'impédance de la machine et celle des lignes limitent le transfert de puissance à charge, l'excès de puissance est absorbé par l'alternateur ce qui provoque l'accélération de s rotor. Il y a donc rupture de la stabilité en régime permanent. Dans le cas où plusie alternateurs sont en service sur le réseau, il y a une perte de synchronisme entre eux. puissance maximale que le groupe d'alternateurs peut fournir à la charge tout en maintenant synchronisme est appelée la limite de stabilité en régime permanent. Dans le but d'avoir u bonne marge de manoeuvre en cas de perturbations, les alternateurs et les lignes sont conç de façon à opérer, en régime permanent nominal, à un niveau de puissance inférieur à ce limite de stabilité en régime permanent.

Si une perturbation mineure est effectuée sur le réseau, à partir d'un régime permane stable, et que le réseau retrouve son mode de fonctionnement normal en régime permanent, réseau est dit dynamiquement stable. Pour un réseau d'énergie électrique, on entend p perturbation mineure des manoeuvres ou des opérations normales sur le réseau, comn l'enclenchement d'une inductance shunt, ou des variations mineures de la charge.

Lorsqu'il y a une perturbation majeure sur le réseau et que le réseau retrouve son mo de fonctionnement normal après la perturbation, alors le réseau est dit transitoirement stabl Les perturbations majeures sont les courts-circuits, les pertes de lignes, les bris d'équipemen majeurs comme les transformateurs de puissance et les alternateurs.

Si on prend en compte ces diverses définitions et les différentes perturbations sur réseau, on comprend que la stabilité dynamique et la stabilité transitoire sont intimeme reliées au niveau de stabilité en régime permanent. En effet, le niveau de stabilité en régin permanent doit être le plus élevé possible; lors d'une perturbation sur le réseau, un court-circu de quelques cycles par exemple, l'appel de puissance durant la perturbation et lors des instan qui suivent l'élimination du défaut ne doit pas atteindre la limite de stabilité en régin permanent sinon le synchronisme risque d'être perdu. Dans ce cas, le réseau sera transitoirement instable. Plus la limite de stabilité en régime permanent est élevée, plus stabilité dynamique et transitoire est accrue. Une limite de stabilité en régime permanent la pl élevée possible permet également de continuer à alimenter la charge lorsqu'un équipeme majeur, comme un alternateur, devient hors service. Dans ce cas, ce sont les autres alternateu qui doivent fournir chacun un excédent de puissance pour compenser l'alternateur hors servi Si avant la perte de cet équipement le réseau fonctionnait déjà à sa limite de stabilité, il est alc nécessaire d'effectuer un délestage, car le réseau ne peut plus alimenter la charge de faç stable.

Les deux critères fondamentaux de performance auxquels doivent satisfaire les résea d'énergie électrique sont donc : le maintien du niveau de tension à une valeur proche de valeur nominale et le maintien de la stabilité du système, donc le synchronisme entre l alternateurs.

Beaucoup de facteurs ou d'éléments d'un réseau peuvent avoir une influence sur stabilité du réseau et sur son niveau de tension. Parmi ces éléments on retrouve les lignes transport d'énergie. Les longues lignes de transport, comme celles du réseau Hydro-Québe affectent considérablement les niveaux de tension en fonction de la charge. Si la charge e importante, la tension sur le réseau a tendance à être faible, par contre si la charge est très faibl le niveau de tension peut, en différents endroits sur le réseau, s'élever au-dessus de la tensi nominale. Sur les longues lignes de transport non compensées, le taux de régulation de tension a donc tendance à être mauvais (paragraphe §A.2). La limite de stabilité en régim permanent est aussi influencée par la longueur des lignes de transport : plus la ligne est longu plus la limite de stabilité en régime permanent est faible (paragraphe §A.2). Ces deux effe néfastes des longues lignes de transport, sur le taux de régulation de la tension et sur la stabili du réseau, peuvent être diminués ou même théoriquement éliminés en utilisant des techniqu de compensation (paragraphe §A.3).

A.2 Étude en régime permanent d'une ligne de transport non compensée

L'étude en régime permanent des lignes de transport est largement traitée dans littérature. La majorité des auteurs subdivise l'étude des lignes de transport en trois catégorie

1- les lignes courtes : longueur inférieure à 80 km

2- les lignes de longueur moyenne : longueur inférieure à 240 km

3- les lignes longues : plus de 240 km de long.

Comme nos travaux sont orientés sur le réseau Baie James d'Hydro-Québec, et qu réseau de transport a une longueur d'environ 1000 km, seule l'étude des longues lignes transport est traitée dans la thèse.

La majorité des auteurs adopte sensiblement le même formalisme pour la présentat de la matière, que ce soit au niveau de la séquence des sujets traités ou à celui du formalis symbolique utilisé. Nous ne ferons pas exception à cette règle. Les notions développées d les paragraphes §A.2 et §A.3 se retrouvent donc en majeure partie dans Miller [1] et Gross

A.2.1 Équation fondamentale des lignes de transport d'énergie électrique

Un ligne de transport d'électricité peut être représentée par des éléments de cir distribués sur toute sa longueur. Ces éléments de circuit sont : des résistances, des inductan et des condensateurs. À moins de spécification contraire, les éléments de circuit sont don par unité de longueur. Glover et Sarma [3], Gross [2] et Gönen [4] traitent avec beaucoup rigueur le sujet de la modélisation des lignes en régime permanent par des éléments de circ Le lecteur peut se référer à ces ouvrages pour compléter les notions qui sont présentées dans paragraphe.

Comme on s'intéresse au régime permanent équilibré, une ligne est représentée par circuit équivalent monophasé dont les paramètres sont ceux de la séquence directe. La fig A.1 illustre un circuit équivalent d'une longue ligne de transport. Sur cette figure les grande électriques courants et tensions sont des phaseurs.

Les paramètres de ce circuit sont :

a : la longueur de la ligne

$\overline{V}_d$: tension de départ à la position x=0

$\overline{I}_d$: courant de départ à la position x=0

$\overline{V}_r$: tension au bout de la ligne à la position $x=a$

$\overline{I}_r$: courant au bout de la ligne à la position $x=a$

$\overline{V}(x)$: tension à la position x

$\overline{I}(x)$: courant à la position x

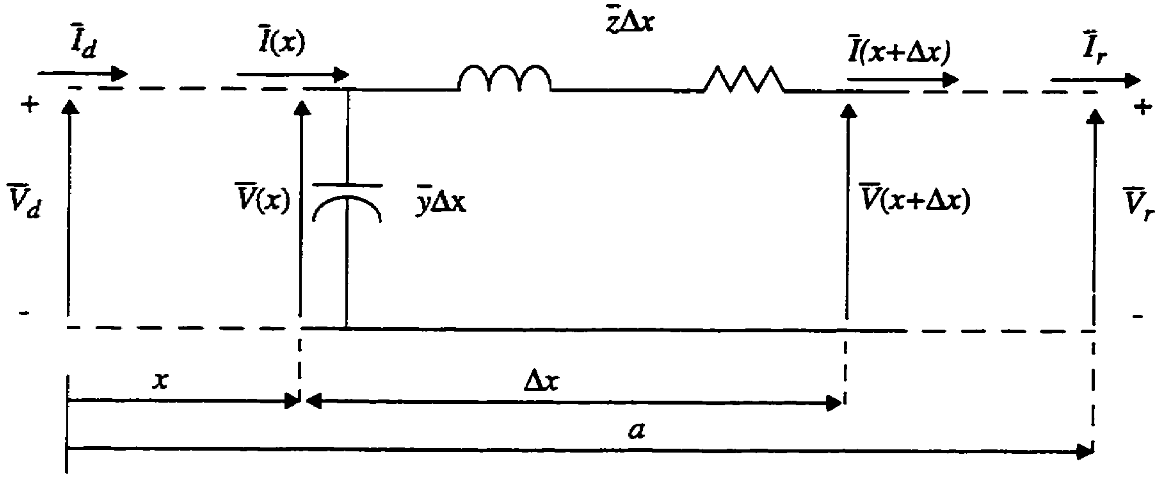


Figure A.1 : Circuit distribué équivalent d'une longue ligne de transport

$\bar{V}(x+\Delta x)$: tension à la position $x+\Delta x$

$\bar{I}(x+\Delta x)$: courant à la position $x+\Delta x$

$\bar{z}$: impédance série de la ligne par unité de longueur, $\bar{z}=r+j\omega l$

r : résistance de la ligne par unité de longueur

l : inductance de la ligne par unité de longueur

ω : fréquence angulaire des courants et tensions en régime permanent, ω=377 rd/sec

$\bar{y}$: admittance shunt par unité de longueur, $\bar{y}=j\omega c$

c : capacitance de la ligne par unité de longueur

Sur la figure A.1 la conductance shunt de la ligne est négligée car elle est généralemen très faible pour les lignes de transport.

En appliquant les lois de Kirchhoff sur le circuit de la figure A.1, la tension $\bar{V}(x)$ est :

$$\bar{V}(x) = \Delta x \bar{z} \bar{I}(x) + \bar{V}(x+\Delta x) \tag{A.1}$$

on en déduit que :

$$\bar{V}(x+\Delta x) - \bar{V}(x) = -\Delta x \bar{z} \bar{I}(x) \tag{A.2}$$

$$\frac{\bar{V}(x+\Delta x) - \bar{V}(x)}{\Delta x} = -\bar{z}\bar{I}(x) \tag{A.3}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\bar{V}(x+\Delta x) - \bar{V}(x)}{\Delta x} = -\bar{z}\bar{I}(x) \tag{A.4}$$

$$\frac{d}{dx}\bar{V}(x) = -\bar{z}\bar{I}(x) \tag{A.5}$$

Pour le courant $\bar{I}(x)$ on obtient :

$$\bar{I}(x) = \bar{I}(x+\Delta x) + \Delta x \bar{y}\bar{V}(x) \tag{A.6}$$

$$\bar{I}(x+\Delta x) - \bar{I}(x) = -\Delta x \bar{y}\bar{V}(x) \tag{A.7}$$

$$\frac{\bar{I}(x+\Delta x) - \bar{I}(x)}{\Delta x} = -\bar{y}\bar{V}(x) \tag{A.8}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\bar{I}(x+\Delta x) - \bar{I}(x)}{\Delta x} = -\bar{y}\bar{V}(x) \tag{A.9}$$

$$\frac{d}{dx}\bar{I}(x) = -\bar{y}\bar{V}(x) \tag{A.10}$$

En dérivant (A.5) et (A.10) par rapport à x on obtient :

$$\frac{d^2}{dx^2}\bar{V}(x) = -\bar{z}\frac{d}{dx}\bar{I}(x) \tag{A.11}$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\bar{I}(x) = -\bar{y}\frac{d}{dx}\bar{V}(x) \tag{A.12}$$

En substituant (A.10) et (A.5) dans (A.11) et (A.12) on obtient les équations d'onde de la tension et du courant le long de la ligne :

$$\frac{d^2}{dx^2}\bar{V}(x) = \Gamma^2\bar{V}(x) \tag{A.13}$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\bar{I}(x) = \Gamma^2\bar{I}(x) \tag{A.14}$$

Avec $\Gamma^2 = \bar{z}\bar{y}$. La constante $\Gamma = \sqrt{\bar{z}\bar{y}}$ porte le nom de constante de propagation. Da le cas où les pertes sont négligées (r=0 Ω/Km) $\Gamma = j\omega\sqrt{lc} = j\beta$. β est la constante de pha aussi appelée le nombre d'ondes, car il représente le nombre complet d'ondes par unité longueur. On peut démontrer que β est une constante qui est égale à $\frac{2\pi}{\Lambda}$, où Λ est la longue d'onde électromagnétique ($\Lambda \approx 5000$ km).

Remarque: dans le reste de l'annexe les pertes sont négligées, la résistance de la lig est donc considérée comme étant négligeable. Bien qu'elle ne soit pas très rigoureuse, ce approximation permet des simplifications dans la solution des équations d'onde tout mettant en évidence les phénomènes importants que l'on désire présenter.

A.2.2 Solution de l'équation fondamentale

Les équations (A.13) et (A.14) sont des équations différentielles ordinaires linéaires homogènes. On résout ici l'équation pour le voltage $\bar{V}(x)$. La même méthode de résoluti s'applique pour calculer le courant.

On pose que $\bar{V}(x) = e^{\lambda x}$ peut être une solution de (A.13) à condition que λ vérif l'équation caractéristique suivante :

$$\lambda^2 - \Gamma^2 = 0 \qquad \text{(A.1}$$

d'où

$$\lambda = \pm\Gamma \qquad \text{(A.1}$$

La solution générale pour $\bar{V}(x)$ est alors :

$$\bar{V}(x) = c_1 e^{\Gamma x} + c_2 e^{-\Gamma x} \qquad \text{(A.1}$$

Pour obtenir une solution particulière de (A.17) il suffit de déterminer les constantes et c_2. On pourrait déterminer ces constantes à partir de deux conditions aux limites, $\overline{V}(0) = \overline{V}$ et $\overline{V}(a) = \overline{V}_r$, mais pratiquement il est plus commode de les calculer à partir des conditions au limites $\overline{V}(a) = \overline{V}_r$ et $\overline{I}(a) = \overline{I}_r$. De cette façon la tension et le courant le long de la ligne so déterminés uniquement en fonction des grandeurs électriques en bout de ligne. De (A.5) (A.17) on obtient :

$$\frac{-\bar{z}}{\Gamma}\bar{I}(x) = c_1 e^{\Gamma x} - c_2 e^{-\Gamma x} = -Z_0 \bar{I}(x) \quad \text{(A.18}$$

avec $Z_0 = \sqrt{\frac{\bar{z}}{\bar{y}}} = \sqrt{\frac{l}{c}}$. Avec les conditions aux limites $\overline{V}(a) = \overline{V}_r$ et $\overline{I}(a) = \overline{I}_r$, c_1 et c sont :

$$c_1 = \frac{\bar{V}_r - Z_0\bar{I}_r}{2} e^{-\Gamma a}, \; c_2 = \frac{\bar{V}_r + Z_0\bar{I}_r}{2} e^{\Gamma a} \quad \text{(A.19}$$

En substituant (A.19) dans (A.17), on obtient :

$$\bar{V}(x) = \bar{V}_r\left[\frac{e^{\Gamma(a-x)} + e^{-\Gamma(a-x)}}{2}\right] + Z_0\bar{I}_r\left[\frac{e^{\Gamma(a-x)} - e^{-\Gamma(a-x)}}{2}\right] \quad \text{(A.20}$$

$$\bar{V}(x) = \bar{V}_r \cosh(j\beta(a-x)) + Z_0\bar{I}_r \sinh(j\beta(a-x)) \quad \text{(A.21}$$

$$\boxed{\bar{V}(x) = \bar{V}_r \cos(\beta(a-x)) + jZ_0\bar{I}_r \sin(\beta(a-x))} \quad \text{(A.22}$$

De la même façon on déduit l'équation du courant :

$$\boxed{\bar{I}(x) = \bar{I}_r \cos(\beta(a-x)) + j\frac{\bar{V}_r}{Z_0}\sin(\beta(a-x))} \quad \text{(A.23}$$

Les équations (A.22) et (A.23) décrivent complètement les phaseurs tension et couran en régime permanent de l'équivalent monophasé d'une ligne de transport tel qu'illustré à l figure A.1. Ces équations sont utiles pour décrire le profil de la tension et du courant, en régim permanent, le long d'une ligne.

A.2.3 Impédance caractéristique et charge naturelle

La quantité Z_0 utilisée à l'équation (A.18) est appelée impédance caractéristique de ligne. Son unité est l'ohm (Ω). On peut remarquer que comme la ligne est sans pertes (r=0 km), Z_0 est une impédance résistive, donc un nombre réel.

On peut considérer un cas particulier, utile lors de l'étude de la compensation des lign : il s'agit du cas où la ligne est terminée avec une impédance égale à son impédan caractéristique Z_0 (figure A.1). Avec cette impédance le courant $\bar{I}_r$ est donné par :

$$\bar{I}_r = \frac{\bar{V}_r}{Z_0} \qquad \text{(A.2}$$

En substituant (A.24) dans (A.22) et (A.23) on trouve :

$$\bar{V}(x) = \bar{V}_r[\cos(\beta(a-x)) + j\sin(\beta(a-x))] \qquad \text{(A.2}$$

$$\bar{I}(x) = \bar{I}_r[\cos(\beta(a-x)) + j\sin(\beta(a-x))] \qquad \text{(A.2}$$

Les équations (A.25) et (A.26) mettent en évidence le fait très important que pour u charge égale à l'impédance caractéristique, les modules de la tension et du courant demeure constants en tout point de la ligne. Le profil de la tension sur une telle ligne, qui se défi comme l'amplitude de la tension en fonction de la position x, est donc plat et égal à $|\bar{V}_r|$. O remarque également que dans ces conditions le courant et la tension sont en phase en tout poi de la ligne. Cela signifie qu'il n'y a aucune puissance réactive qui est absorbée ou générée au extrémités de la ligne. La puissance réactive générée par la capacité de la ligne est totaleme absorbée par l'inductance série de la ligne.

Le déphasage entre la tension $\bar{V}_d$, tension de départ de la ligne où $x = 0$, et la tension $\bar{V}$ qui est la tension d'arrivée en bout de ligne où $x = a$, est donné par :

$$\theta = \beta a \qquad \text{(A.2}$$

θ est la longueur électrique de la ligne.

Le déphasage est donc uniquement une fonction de la longueur de la ligne : plus la lig est longue plus le déphasage est important.

La puissance active transportée sur la ligne et consommée entièrement par l'impédan caractéristique qui est située en bout de ligne est appelée la puissance naturelle. Sa valeur es

$$P_0 = \frac{|V_r|^2}{Z_0} \quad \text{(A.2}$$

La ligne n'absorbe aucune puissance active car, par hypothèse, elle est sans pertes. E résumé, lorsqu'une ligne est terminée par une impédance égale à son impédance caractéristiq on obtient les caractéristiques suivantes :

1- l'amplitude de la tension et l'amplitude du courant sont constantes partout s la ligne
2- aucune puissance réactive est absorbée ou générée aux bouts de la ligne
3- la seule puissance active qui est transportée sur la ligne est la puissance naturel P_0 qu'absorbe la charge.

Avant d'aller plus loin dans l'analyse des lignes en charge on va revenir à l'étude de caractéristiques des lignes non compensées sans charge.

A.2.4 Performance d'une ligne non compensée sans charge

Une ligne sans charge est une ligne comme celle illustrée à la figure A.1 mais do l'extrémité d'arrivée est laissée en circuit ouvert. Comme les lignes sont supposées sans perte il n'y a donc aucune puissance active transportée sur une telle ligne. Les profils de la tensio et du courant ainsi que l'écoulement de la puissance réactive sont traités dans ce paragraphe.

Pour une ligne sans charge $I_r = 0$. Les équations de la tension et du courant le long d la ligne deviennent :

$$\bar{V}(x) = \bar{V}_r \cos(\beta(a-x)) \quad \text{(A.}$$

$$\bar{I}(x) = j\frac{\bar{V}_r}{Z_0}\sin(\beta(a-x)) \quad \text{(A.}$$

La tension et le courant de départ sont obtenus pour $x = 0$:

$$\bar{V}(0) = \bar{V}_d = \bar{V}_r \cos(\beta a) = \bar{V}_r \cos(\theta) \quad \text{(A.}$$

$$\bar{I}(0) = \bar{I}_d = j\frac{\bar{V}_r}{Z_0}\sin(\beta a) = j\frac{\bar{V}_r}{Z_0}\sin(\theta) = j\frac{\bar{V}_d}{Z_0}\tan(\theta) \quad \text{(A.}$$

La tension et le courant s'expriment en fonction de $\bar{V}_d$ sous la forme suivante :

$$\bar{V}(x) = \frac{\bar{V}_d \cos(\beta(a-x))}{\cos(\theta)} \quad \text{(A.3}$$

$$\bar{I}(x) = j\frac{\bar{V}_d \sin(\beta(a-x))}{Z_0 \cos(\theta)} \quad \text{(A.3}$$

Comme $\bar{V}_d$, β, a, Z_0 et θ sont des constantes, les profils de la tension et du cour ont la forme illustrée à la figure A.2.

La figure A.2 et l'équation (A.33) mettent en évidence un phénomène importan l'élévation de la tension le long de la ligne. Ce phénomène porte le nom d'effet Ferranti [Plus la ligne est longue, plus cet effet est important. On remarque que la tension (équati (A.33)) est divisée par $\cos(\theta)$; si la ligne est suffisamment longue, θ s'approche de 90^0 = 90^0 lorsque a = 1250 km) et l'élévation de tension tend vers l'infini, ce qui est évidemm inacceptable. Pour les longues lignes, comme celles d'Hydro-Québec, il est donc essent d'effectuer une compensation adéquate pour éviter un tel phénomène.

Un autre phénomène important qui apparaît sur les lignes sans charge ou faibleme chargées est la génération de puissance réactive par la capacité équivalente de la ligne. Ce puissance réactive est absorbée par la génératrice au début de ligne. Pour absorber ce

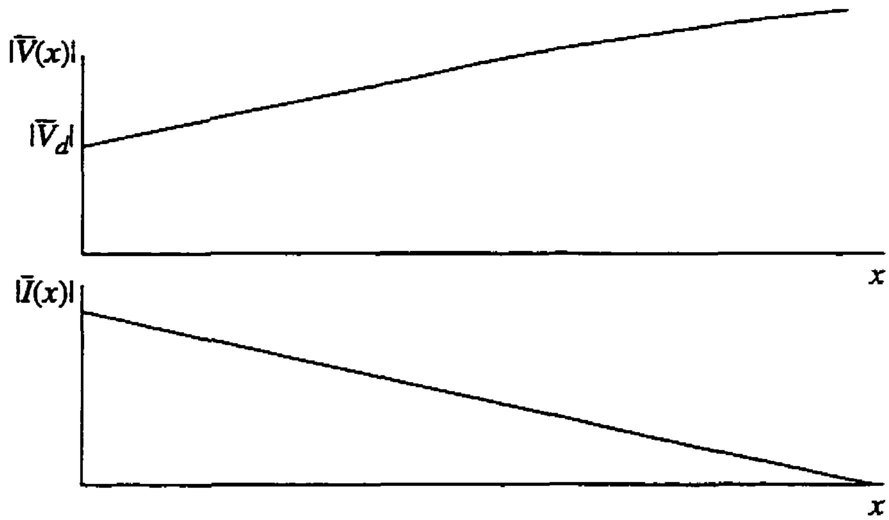


Figure A.2 : Profils de la tension et du courant pour une ligne sans charge

puissance réactive, sans modifier la tension, il est nécessaire de sous-exciter la génératrice. Ce qui amène deux problèmes : échauffement au niveau du stator de la machine et abaissement du niveau de stabilité du système. Pour ces raisons, il est encore une fois essentiel d'effectuer une compensation adéquate sur les lignes de transport lorsque ces dernières fonctionnent à vide ou à faible charge.

Nous avons étudié le comportement d'une ligne sans charge et nous avons constaté que le niveau de tension croît dangereusement avec la longueur de la ligne ainsi que la puissance réactive générée par cette dernière. Comme il n'est pas d'usage habituel d'utiliser une ligne à vide, il est essentiel d'analyser son comportement en charge pour justifier l'ajout de systèmes de compensation.

A.2.5 Performance d'une ligne non compensée en charge

De façon générale, la charge en bout de ligne peut varier d'une faible fraction de la puissance naturelle P_0 de la ligne jusqu'à une valeur qui peut atteindre quelques fois P_0. Si une charge de puissance

$$\bar{S}_{ch} = P + jQ \tag{A.35}$$

est connectée au bout la ligne illustrée à la figure A.1. Le courant dans la charge est donné pa

$$I_r = \left(\frac{S_{ch}}{V_r}\right)^* = \frac{P - jQ}{V_r^*} \qquad \text{(A.3}$$

En substituant (A.36) dans (A.22) avec $x = 0$, on obtient la relation qui lie V_r à la charg

et à V_d :

$$V_d = V_r \cos(\theta) + jZ_0 \frac{P - jQ}{V_r^*} \sin(\theta) \qquad \text{(A.3}$$

Dans cette équation, θ est fixé par la longueur de la ligne, V_d est supposée constan et connue et Z_0, qui est l'impédance caractéristique de la ligne, est également constante connue. Donc (A.37) est une équation quadratique en $|V_r|$ avec la charge et la longueur de ligne comme paramètres. Des abaques de $|V_r|/|V_d|$ pour différentes valeurs de charge et pou différentes longueurs de ligne sont fournis dans Miller [1].

De ces abaques, on conclut que pour une longueur donnée de la ligne, plus la charge e importante plus la tension en bout de ligne diminue (sauf pour certaines charges capacitives o le niveau de tension monte avec la puissance active transportée). Pour des charges avec u facteur de puissance arrière (charges inductives), ce qui constitue la très grande majorité de charges, le niveau de tension diminue rapidement avec l'appel de puissance active. Ceci es d'autant plus vrai que le facteur de puissance est faible. Des courbes typiques du niveau d tension en fonction de la position x sur la ligne sont illustrées à la figure A.3 pour différente valeurs de charge.

Cette figure illustre très bien que la régulation de la tension en bout de ligne es mauvaise sur les lignes non compensées. On observe également sur cette figure que plus l ligne est longue plus la régulation de tension en bout de ligne est mauvaise. On conçoit bie que lorsque la charge est importante sur un réseau ayant de longues lignes de transport, il es nécessaire d'effectuer une compensation pour maintenir la tension en bout de ligne à une valeu proche de la tension nominale.

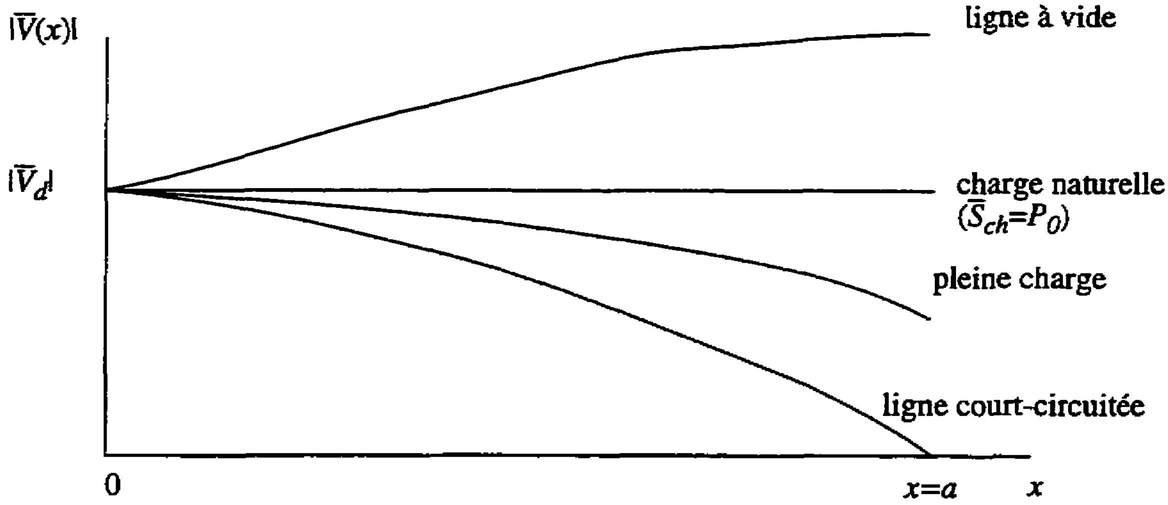


Figure A.3 : Illustration typique de l'amplitude de la tension en fonction de la position x sur une longue ligne pour différentes valeurs de charge

Une autre limitation associée aux longues lignes de transport non compensées est l[a] puissance maximale qu'elles peuvent transporter, c'est ce qui fait l'objet du prochai[n] paragraphe.

A.2.6 Calcul de la puissance transportable par une ligne non compensée

Une ligne de transport ne peut pas débiter une quantité illimitée de puissance active C'est d'ailleurs ce qui impose, en partie, la limite de stabilité en régime permanent. L[a] puissance maximale qu'une ligne peut débiter se calcule comme suit.

Posons une charge de puissance $\bar{S}_{ch} = P + jQ$ au bout de la ligne illustrée à la figur[e] A.1. On prend la tension aux bornes de la charge comme tension de référence :

$$\bar{V}_{ch} = \bar{V}_r = V_r \angle 0^0 \qquad \text{(A.38)}$$

La tension aux bornes d'entrée de la ligne a la forme :

$$\bar{V}_d = V_d \cos(\delta) + jV_d \sin(\delta) \qquad \text{(A.39)}$$

De (A.37) et (A.39) on déduit que :

$$V_d \sin(\delta) = \frac{Z_0 P \sin(\theta)}{V_r} \tag{A.}$$

d'où

$$P = \frac{V_d V_r}{Z_0 \sin(\theta)} \sin(\delta) \tag{A.}$$

Avec $\theta = \beta a$, a étant la longueur de la ligne. Pour une longueur donnée de la lig l'amplitude maximale de la puissance qui peut être transmise sur la ligne est :

$$P_{max} = \frac{V_d V_r}{Z_0 \sin(\beta a)} \tag{A.}$$

Cette dernière équation met en évidence deux caractéristiques très importantes de puissance maximale transportable par une ligne : la puissance est proportionnelle au carré la tension de ligne et la puissance maximale transportable diminue avec la longueur de la lig En effet, Z_0 est pratiquement indépendante de la longueur de la ligne [90], alors que $\sin(\beta$ croît avec la longueur de la ligne.

Pour les longues lignes de transport, la puissance maximale transportable est do relativement faible, ce qui est une contrainte majeure du point de vue de la stabilité du rése Comme il est très important que la limite de stabilité en régime permanent soit le plus éle possible, il faut donc augmenter la puissance maximale transportable. Comme on consid dans cette thèse que le niveau de tension est un paramètre fixe, seule la compensation des lig permet d'augmenter la puissance maximale transportable.

A.3 Compensation d'une ligne de transport

La compensation est une modification artificielle des lignes de transport d'énerg électrique de façon à pouvoir transporter plus de puissance tout en maintenant un niveau tension proche de la valeur nominale. En agissant ainsi, on respecte les deux contrain fondamentales requises pour le transport de l'énergie électrique : maintien du synchronis entre les différents alternateurs du réseau et maintien du niveau de tension constant et proc de la valeur nominale à toutes les barres du réseau.

Au paragraphe §A.2.3, on a démontré que lorsqu'une charge qui est égale l'impédance caractéristique de la ligne Z_0 est connectée en bout de ligne, la tension sur réseau est constante et égale à la tension nominale. La puissance transportée par la ligne absorbée par la charge est alors égale à la puissance naturelle de la ligne P_0. Dans ce c particulier, la seconde contrainte fondamentale du transport de l'énergie électrique, qui est maintien de la tension à sa valeur nominale, est respectée. Pour respecter cette secon contrainte, indépendamment de la charge, il s'agit donc de modifier artificielleme l'impédance caractéristique de la ligne de façon à ce qu'elle soit toujours égale à la charge réseau. La nouvelle impédance caractéristique de la ligne est nommée impédan caractéristique virtuelle Z'_0. Avec une ligne ainsi modifiée, la nouvelle puissance naturel virtuelle de la ligne est P'_0. Si la ligne est modifiée de façon à toujours maintenir s impédance caractéristique virtuelle égale à l'impédance de la charge, la puissance acti absorbée par la charge est en tout temps égale à P'_0 et le profil de la tension sur la ligne est pl

Pour respecter la première contrainte fondamentale du transport de l'énergie électriqu à savoir le maintien du synchronisme entre les alternateurs, il est nécessaire que la puissan active transportable par la ligne soit le plus élevé possible et que l'angle de transmission δ s faible, tout en maintenant un niveau de tension proche de sa valeur nominale. Les équatio (A.41) et (A.42) suggèrent donc de diminuer artificiellement l'angle $\theta = \beta a$, ce qui perm d'augmenter la puissance maximale transportable.

L'impédance caractéristique d'une ligne est fonction de l'inductance série par unité longueur et de la capacité shunt par unité de longueur de la ligne. Ce sont donc ces de paramètres que l'on doit contrôler pour modifier l'impédance caractéristique de la ligne. Po modifier Z_0, il s'agit d'ajouter, d'une façon appropriée, des inductances et des condensateu sur la ligne. C'est une technique de compensation par contrôle de la puissance réactive. Po diminuer l'angle $\theta = \beta a$, deux choix sont possibles : soit diminuer β, soit diminuer longueur a de la ligne. Une façon efficace de diminuer β est d'ajouter des condensateurs série avec la ligne pour diminuer sa réactance inductive (voir paragraphe §A.2.1). C'est encore une fois une technique de compensation qui utilise le contrôle de la puissance réactive qui s'écoule sur la ligne. Pour diminuer la longueur de la ligne, il suffit de la sectionner en plusieurs tronçons, indépendants les uns des autres, transportant la même puissance. Le sectionnement d'une ligne est réalisable en imposant, d'une façon appropriée, la tension à différents endroits sur la ligne : l'utilisation de compensateurs statiques permet d'assurer cette stratégie.

On distingue principalement trois techniques de compensation qui permettent de modifier aussi bien l'impédance caractéristique Z_0 de la ligne que l'angle θ : la compensation shunt passive, la compensation série et la compensation par sectionnement. Chacune de ces techniques a une influence à la fois sur Z_0 et sur θ. Le choix d'une technique par rapport à une autre est souvent un choix économique [1]. Nous ne discuterons pas de cet aspect dans la thèse. Ces trois techniques de compensation peuvent être utilisées simultanément sur un même réseau.

A.3.1 Compensation shunt passive

Cette technique de compensation consiste à enclencher des condensateurs shunt et/ou des inductances shunt à différents endroits sur le réseau pour modifier l'impédance des lignes dans le but de maintenir des niveaux de tension acceptables suivant l'état de charge du réseau. Cette technique de compensation est dite passive (par opposition à dynamique) car elle fonctionne en tout ou rien. C'est-à-dire qu'elle est soit en service, par exemple lorsqu'une inductance shunt est enclenchée, soit complètement hors service lorsque l'inductance est retirée. Lorsqu'elle est en service, aucune modification des inductances ou des condensateurs est effectuée pour essayer de contrôler la tension ou l'écoulement de puissance.

Lorsque le réseau est fortement chargé, c'est-à-dire que l'impédance de la charge est très faible, la tension a tendance à diminuer sur le réseau (paragraphe §A.2.5). Pour compenser cet effet, il s'agit de diminuer artificiellement l'impédance caractéristique de la ligne pour la rendre égale, ou le plus près possible, de l'impédance de la charge. Comme l'impédance caractéristique de la ligne est $Z_0 = \sqrt{l/c}$, il s'agit d'augmenter la capacité shunt de la ligne en enclenchant des condensateurs shunt dans différents postes. Si au contraire la charge est très faible, qu'elle présente une impédance élevée, la tension sur la ligne a tendance à monter considérablement (effet Ferranti). Dans ce cas, il faut augmenter artificiellement l'impédance caractéristique de la ligne en diminuant sa capacité shunt. Des inductances shunt sont al enclenchées à différents postes sur le réseau.

Dans le cas théorique ou la compensation est répartie sur toute la longueur de la lig le degré de compensation shunt d'une ligne est défini comme étant le rapport de la val absolue de la susceptance du compensateur par unité de longueur sur la susceptance de capacité de ligne par unité de longueur :

$$k_{sh} = \frac{b_{sh}}{b_c} \qquad \text{(A.4}$$

b_{sh} : valeur absolue de la susceptance du compensateur par unité de longueur.

b_c : susceptance capacitive shunt de la ligne par unité de longueur.

k_{sh} est positif si le compensateur shunt est inductif, et négatif s'il est capaci L'impédance caractéristique virtuelle de la ligne s'écrit :

$$Z_0 = \frac{Z_0}{\sqrt{1-k_{sh}}} \qquad \text{(A.4}$$

sa puissance naturelle virtuelle est :

$$P'_0 = P_0\sqrt{1-k_{sh}} \qquad \text{(A.4}$$

On constate aussi que la longueur électrique de la ligne est également modifiée avec compensation shunt passive :

$$\theta' = \theta\sqrt{1-k_{sh}} \qquad \text{(A.4}$$

La compensation réactive shunt passive est un bon moyen pour contrôler l'impédan caractéristique virtuelle, dans le but de maintenir un niveau de tension acceptable sur les lign de transport d'électricité.

Par contre, elle ne constitue pas un bon moyen pour augmenter la puissance maxim transportable. Pour augmenter cette puissance, il faut diminuer θ ; pour diminuer θ, il nécessaire d'augmenter k_{sh} en ajoutant des inductances shunt, ce qui a également pour effet diminuer la tension sur le réseau. Donc, l'utilisation de cette technique de compensation po augmenter la puissance transportable se fait au détriment du maintien de la tension à un nive acceptable.

En pratique, la compensation shunt passive est utilisée principalement pour mainte la tension à toutes les barres du réseau à un niveau proche de la tension nominale, et ce po les différents niveaux de charge du réseau. Il est clair que les équipements de compensation sont pas distribués de façon uniforme le long de la ligne comme le sont les inductances et l condensateurs du circuit équivalent d'une ligne. La compensation est localisée dans des poste qui sont répartis à des endroits stratégiques sur la ligne. Puisque la compensation n'est p répartie d'une façon uniforme, il est impossible de maintenir la tension à sa valeur nominale tout point de la ligne. Il est donc important de bien sélectionner les endroits où la compensati shunt est installée pour éviter que la tension s'écarte trop de sa valeur nominale. La figure A illustre le cas d'une ligne typique à vide, compensée avec des inductances shunt. Le profil la tension de la ligne compensée et de la ligne non compensée est également illustré sur cet figure.

A.3.2 Compensation série

La compensation série consiste à ajouter des condensateurs en série sur les lignes po en diminuer l'impédance inductive série. Comme dans le cas de la compensation shunt vue paragraphe précédent, la compensation série est de type passif. Les condensateurs ajoutés o une capacité fixe qui ne varie pas dans le temps. Cette compensation permet d'une part diminuer Z_0 et d'autre part de diminuer la longueur électrique θ de la ligne.

En pratique, la compensation série est localisée dans des postes situés à des endroi stratégiques sur les lignes. Pour mieux comprendre son influence il est utile de considér qu'elle est répartie uniformément sur toute la longueur de la ligne. Dans ce cas, le degré compensation série se définit comme étant la valeur absolue du rapport de la susceptan inductive série de la ligne par unité de longueur sur la susceptance par unité de longueur de capacité série qui est ajoutée.

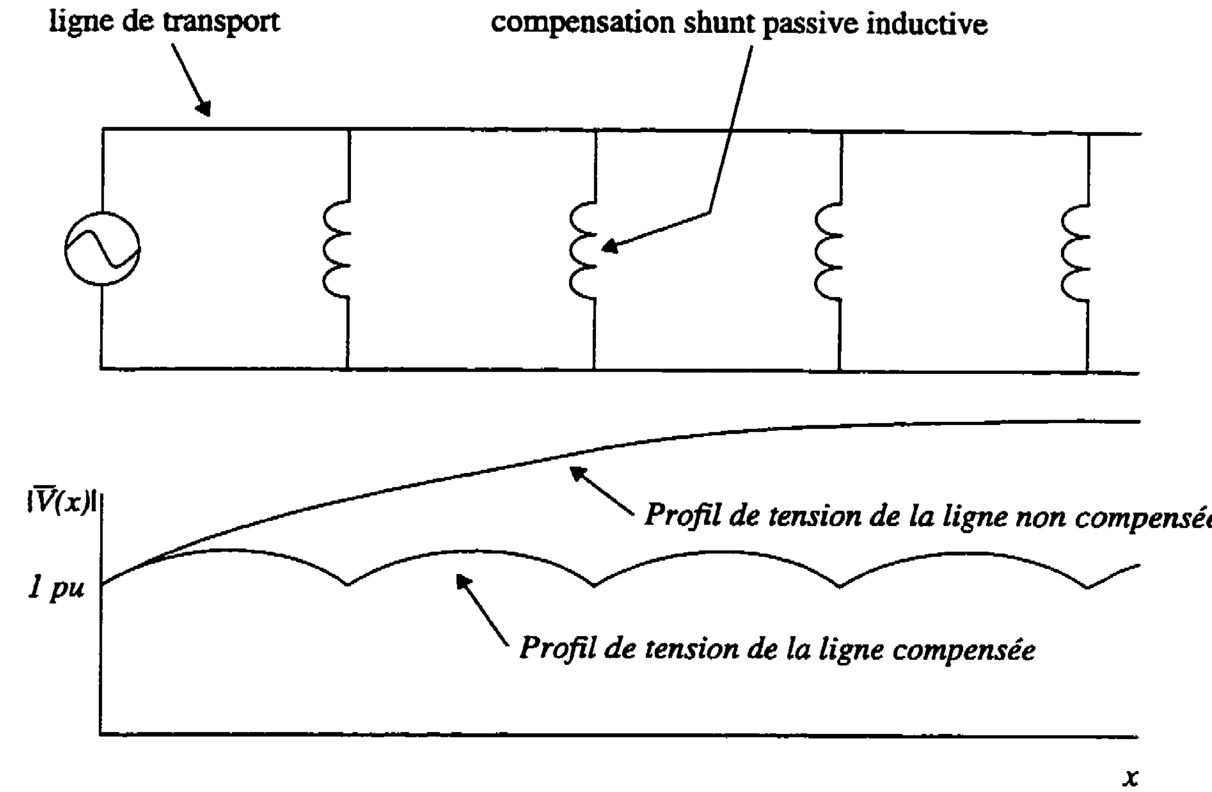


Figure A.4 : Compensation shunt dans quatre postes d'une ligne à vide et profil de la tensio sur cette ligne

$$k_{se} = \frac{b_l}{b_{se}} \qquad \text{(A.4}$$

b_l : valeur absolue de la susceptance inductive série de la ligne par unité de longueur

b_{se} : susceptance de la capacité série du compensateur par unité de longueur.

En réduisant l'impédance inductive série de la ligne, l'impédance caractéristiq virtuelle devient :

$$Z_0 = Z_0\sqrt{1-k_{se}} \qquad \text{(A.4}$$

Sa puissance naturelle virtuelle est :

$$P'_0 = \frac{P_0}{\sqrt{1-k_{se}}} \qquad \text{(A.4}$$

Plus le degré de compensation est élevé plus l'impédance virtuelle est faible, ce c
contribue à augmenter la puissance maximale transportable par la ligne (voir équation A.4
D'autre part, la longueur électrique virtuelle de la ligne s'écrit :

$$\theta' = \theta\sqrt{(1-k_{se})} \qquad \text{(A.5}$$

Le fait d'augmenter la compensation série contribue à diminuer θ, ce qui augmen
davantage la puissance maximale transportable par la ligne. Mais pour transporter la puissan
de façon stable il est nécessaire que l'angle de transmission δ soit inférieur à 90^0 et idéalem
assez faible pour prévoir les cas d'un appel de puissance à la suite d'une perturbation sur
réseau.

Si le profil de la tension sur la ligne compensée est pratiquement plat, ce qui est le c
lorsque la ligne est bien compensée, la puissance absorbée par la charge est pratiquement éga
à la puissance virtuelle de la ligne. De (A.28) et (A.41) on déduit que :

$$P = P'_0\frac{\sin\delta}{\sin\theta'} \qquad \text{(A.5}$$

Comme $P \approx P'_0$ alors $\delta \approx \theta'$.

Puisque l'augmentation de la compensation série diminue θ', l'angle de transmissi
δ diminue également avec la compensation série.

La compensation série augmente la puissance maximale transportable par une ligne
diminue son angle de transmission. Ces deux effets font en sorte qu'elle est un moyen tr
efficace d'augmenter la limite de stabilité en régime permanent du réseau et par conséquent
stabilité dynamique et transitoire. Un autre type de compensation qui peut être utilisé à ce
fin est la compensation par sectionnement, c'est ce qui fait l'objet du prochain paragraphe.

A.3.3 Compensation par sectionnement

Aux deux paragraphes précédents, nous avons étudié deux types de compensati passive : la compensation shunt passive et la compensation série. Ces techniques compensation permettent d'améliorer considérablement le comportement d'une ligne transport vis-à-vis de la régulation de tension et de la stabilité du réseau en régime permane lorsque la charge du réseau est fixe. Toutefois, comme ce sont des techniques passives, elles permettent pas de modifier les caractéristiques de la ligne d'une façon continue dans le ten et continue au niveau du degré de compensation. Ces techniques sont donc mal adaptées à compensation d'une ligne qui alimente une charge qui varie dans le temps. Pour s'assurer maintenir un niveau de tension proche de la tension nominale sur le réseau et pour mainteni synchronisme entre les alternateurs lorsque les charges varient d'une façon plus ou mo continue, il est nécessaire d'effectuer une compensation dynamique. La compensation sectionnement est une des techniques de compensation dynamique.

Une façon théoriquement possible d'effectuer de la compensation dynamique d'utiliser des inductances shunt et des condensateurs shunt continûment variables répartis façon uniforme sur toute la longueur de la ligne. Les équations développées pour compensation shunt passive sont donc utilisables avec k_{sh} variable assez rapidement sur u plage étendue de valeurs capacitives et inductives. Avec un tel type de compensation, il possible de modifier l'impédance caractéristique d'une ligne de façon à contrôler sa puissan naturelle virtuelle et ce pour qu'elle soit en tout temps égale à la puissance de la charge. Da ce cas, le profil de la tension sur le réseau est plat et peut être contrôlé pour demeurer proc de la tension nominale.

En pratique, les compensateurs dynamiques shunt ne sont pas répartis uniformém sur toute la longueur d'une ligne, ils sont localisés dans des postes. Ils compensent la ligne façon à s'opposer aux variations de la tension à l'endroit où ils sont installés. Ils effectuent ce tâche en absorbant (comportement inductif) ou en générant (comportement capacitif) de puissance réactive. Des machines synchrones à rotor bobiné, donc à excitation contrôlable, ou des compensateurs statiques (chapitre I §1.3) sont utilisés comme compensateu dynamiques shunt.

Puisque ces compensateurs sont utilisés pour asservir la tension à l'endroit où ils sc installés, on dit qu'ils sectionnent la ligne. Ceci explique la dénomination de compensation p sectionnement. Par exemple, si un compensateur statique maintien constante la tension milieu d'une ligne de longueur a, alors la ligne est sectionnée en deux parties égales longueur $a/2$. Si le module de la tension à l'extrémité de chacun des tronçons est maintenu constant, chaque tronçon peut être considéré comme une ligne indépendante de longueur $a/$ La théorie développée à la section §A.2 s'applique pour chacun de ces tronçons. Pl particulièrement, la puissance transportable par chacun des tronçons est le double de puissance transportable par la ligne non sectionnée. Dans une ligne sectionnée, chacun d tronçons est en série avec les autres. La puissance maximale qu'une ligne sectionnée pe transporter est donc limitée par le tronçon le plus faible, celui dont la puissance transportab maximale est la moins élevée. Il est habituellement plus avantageux de sectionner les lignes tronçons de même longueur.

La figure A.5 illustre une ligne qui utilise la compensation par sectionnement. Sur cet figure, une inductance variable et un condensateur variable situés au milieu de la ligne so utilisés pour démontrer le principe de fonctionnement de la compensation dynamique réacti shunt. La capacité shunt de la ligne n'est pas illustrée sur cette figure, car elle est supposée êt complètement compensée par des inductances shunt réparties uniformément le long de la ligr

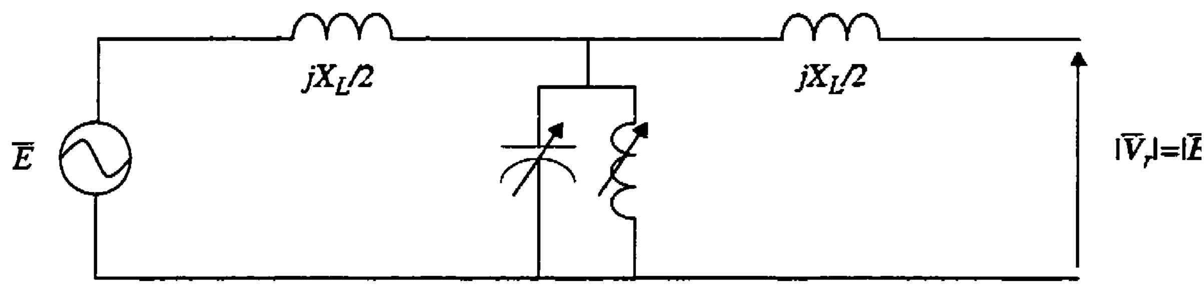


Figure A.5 : Compensation par sectionnement en milieu de ligne

Sur cette figure, X_L représente l'impédance série inductive totale de la ligne. Si δ est l'ang de transmission pour la ligne non sectionnée, la puissance transmise sur cette ligne est donn par l'équation (A.41)

$$P = \frac{E^2}{Z_0 \sin\theta}\sin\delta \quad \text{(A.5}$$

Dans le cas où la ligne est déjà courte, $\sin\theta \approx \theta$, d'où

$$P = \frac{E^2}{Z_0 \sin\theta}\sin\delta \approx \frac{E^2}{Z_0\theta}\sin\delta = \frac{E^2}{\sqrt{\frac{l}{c}}\omega a\sqrt{lc}}\sin\delta = \frac{E^2}{\omega a l}\sin\delta = \frac{E^2}{X_L}\sin\delta \qquad \text{(A.5}$$

Si cette ligne est sectionnée en deux parties de même longueur comme à la figure A
la puissance transportable par chacun des tronçons est :

$$P = \frac{E^2}{\left(\frac{X_L}{2}\right)}\sin\left(\frac{\delta}{2}\right) = 2\frac{E^2}{X_L}\sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \qquad \text{(A.5}$$

La figure A.6 illustre la puissance transportable par la ligne non sectionnée et par
ligne compensée par sectionnement.

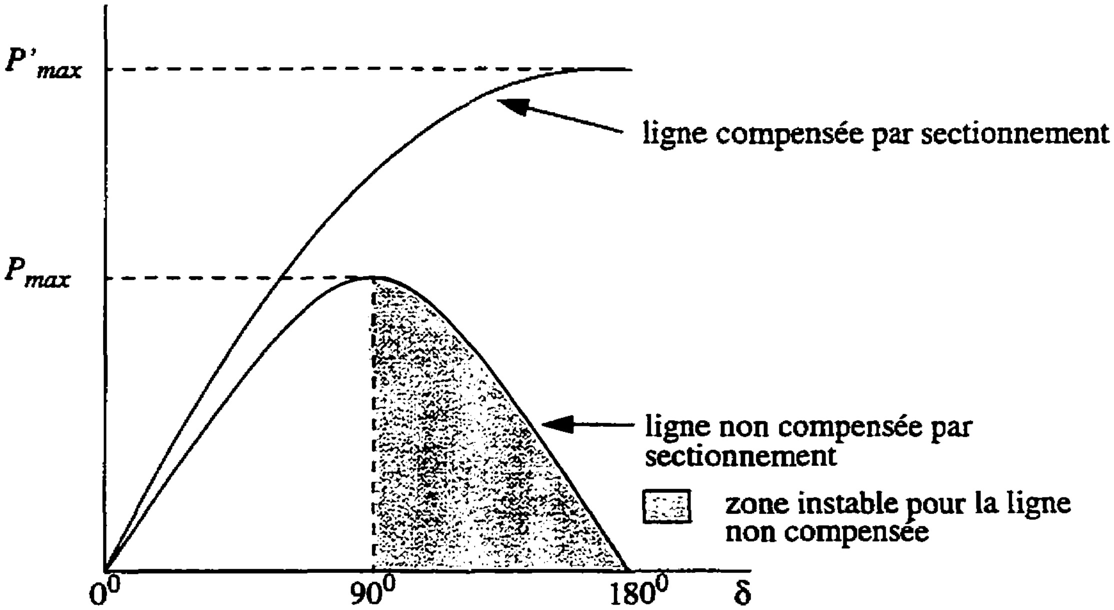


Figure A.6 : Puissance transportée par la ligne en fonction de l'angle de transmission δ

En plus de maintenir un bon profil de tension sur la ligne, la compensation p
sectionnement permet d'en diminuer la longueur électrique, ce qui a pour effet d'augmenter
puissance maximale transportable et de maintenir un angle de transmission δ faible entre l
extrémités de chacun des tronçons. En outre, cette méthode de compensation permet d
transporter de façon stable de la puissance sur des lignes très longues, ce qui serait difficileme

réalisable sans compensation.

La méthode de compensation par sectionnement est donc un excellent moyen p maintenir un niveau de tension proche de la valeur nominale et pour augmenter la limite stabilité en régime permanent ainsi que la stabilité transitoire et dynamique.

A.4 Conclusion

Cette annexe met en évidence le fait que les longues lignes de transport ont un imp significatif sur la régulation de tension et la stabilité du réseau. En outre, il est démontré q est nécessaire de compenser ces longues lignes pour respecter les deux contrain fondamentales du transport de l'énergie électrique.

Trois techniques de compensation réactive sont présentées : la compensation sh passive, la compensation série et la compensation par sectionnement. La compensation sh passive est surtout utilisée pour maintenir un niveau de tension acceptable sur le réseau. compensation série, qui consiste à ajouter des condensateurs en série sur les lignes, dimi l'impédance inductive de la ligne ce qui permet d'augmenter significativement la puissa qu'elle peut transporter. La compensation par sectionnement, qui est une compensati dynamique shunt, permet d'asservir localement la tension, ce qui a pour effet de sectionne ligne en courts tronçons pratiquement indépendants les uns des autres. Chaque tronçon identifié à une ligne courte, qui peut donc transporter plus de puissance que la ligne r compensée. Ces trois techniques de compensation peuvent être utilisées simultanément sur même réseau, c'est le cas du réseau Hydro-Québec [7,8,9,10,11,12,13].

Dans cette annexe, les critères justifiant la compensation des lignes so essentiellement des critères de régime permanent : maintien de la tension en régime perman à une valeur acceptable et augmentation de la puissance transportable de façon stable en régi permanent. Cependant, l'utilisation simultanée de la compensation série et de la compensati shunt inductive font apparaître, sur l'impédance du réseau, des résonances sous-synchron qui ont un impact significatif en régime transitoire et même en régime permanent.

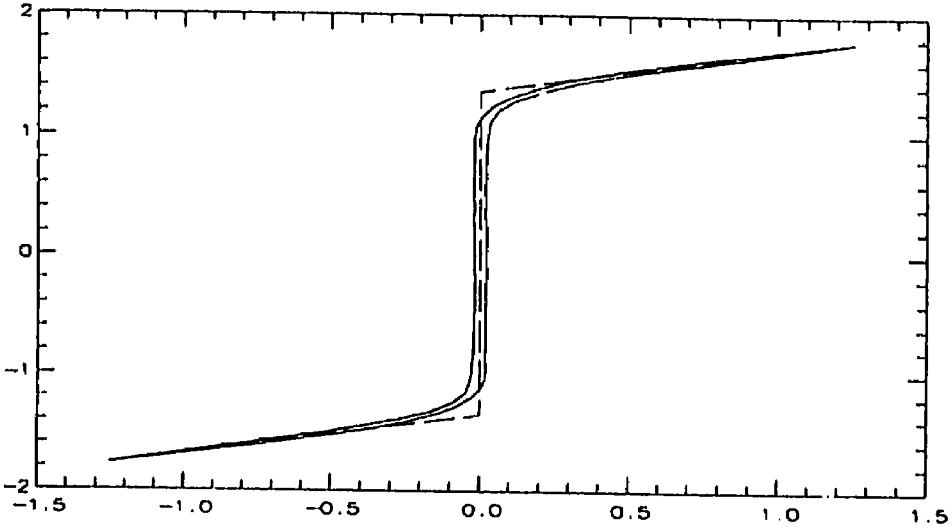
Au premier chapitre, on décrit le problème de ferrorésonance qui fait l'objet de ce thèse. Ce problème est dû à l'interaction entre la compensation série, la compensation sh passive inductive et la compensation par sectionnement avec un compensateur statique.

Annexe B

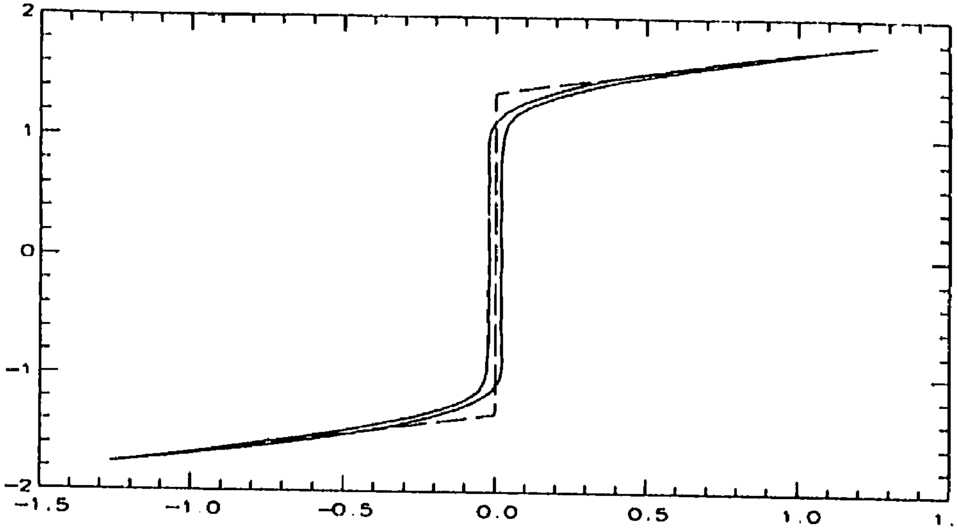
Caractéristique flux-courant du transformateu du compensateur statique de La Vérendrye

Courbe de saturation du transformateur

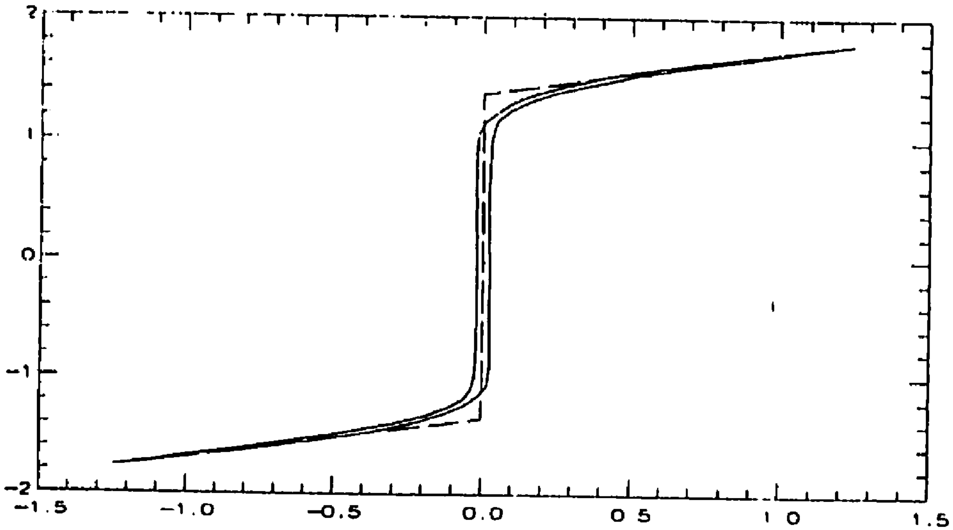
Jeu 3 Aou 1995 16.00 45 calvisa



: xfol−1:Jeu 3 Aou 15:55:32
:Courbe de saturation transfo: Tr1 LVD7 Pnom=666MVA
:Manoeuvre 0001
:Vsat= 1.358,XacH=0.3344 xfol−1:Jeu 3 Aou 15 55:32
:Courbe de saturation transfo: Tr1 LVD7 Pnom=666MVA
:Manoeuvre 0001



: xfol−1:Jeu 3 Aou 15.55 32
:Courbe de saturation transfo: Tr1 LVD7 Pnom=666MVA
:Manoeuvre 0001
:Vsat= 1.350,XacH=0.3360 xfol−1:Jeu 3 Aou 15:55:32
:Courbe de saturation transfo: Tr1 LVD7 Pnom=666MVA
Manoeuvre 0001



: xfol−1.Jeu 3 Aou 15:55:32
:Courbe de saturation transfo: Tr1 LVD7 Pnom=666MVA
:Manoeuvre 0001
:Vsat= 1.363,XacH=0.3338 xfol−1:Jeu 3 Aou 15:55:32
:Courbe de saturation transfo: Tr1 LVD7 Pnom=666MVA
:Manoeuvre 0001

Annexe C

Table de description des essais réalisés au simulateur de réseau de l'IREQ

Essais de ferrorésonance

But :

TEST #	No circuit	Type défaut	Moment appl. (cycles)	Durée (cycles).	Tension source (pu)	Tension primaire (pu)	Mode d'opération	COMMENTAIRES
001-1	1	ABCg	f:3.25	f:3	1.00	1.00	Statique en service (?)	
002-1	1	ABCg	f:3.25	f:3	1.00	1.00	Transfo en service; delta ouvert	
003-1	1	ABCg	f:3.25	f:3	1.00	1.00	Transfo en service; delta fermé	
Série 004(défauts triphasés): Vprim = 1.00 pu; durée du défaut variable; moment d'application incrémental; nombre de branches capacitives en service variable								
004-1	1	ABCg	i:3.25/3.67/.0833	f:3	0.981	1.00	1 branche capacitive en service	
004-2	1	ABCg	i:3.25/3.67/.0833	f:4.5	0.981	1.00	1 branche capacitive en service	
004-3	1	ABCg	i:3.25/3.67/.0833	f:6	0.981	1.00	1 branche capacitive en service	
004-4	1	ABCg	i:3.25/3.67/.0833	f:3	0.9606	1.00	2 branches capacitives en service	
004-5	1	ABCg	i:3.25/3.67/.0833	f:4.5	0.9606	1.00	2 branches capacitives en service	
004-6	1	ABCg	i:3.25/3.67/.0833	f:6	0.9606	1.00	2 branches capacitives en service	
004-7	1	ABCg	i:3.25/3.67/.0833	f:3	0.938	1.00	3 branches capacitives en service	
004-8	1	ABCg	i:3.25/3.67/.0833	f:4.5	0.938	1.00	3 branches capacitives en service	
004-9	1	ABCg	i:3.25/3.67/.0833	f:6	0.938	1.00	3 branches capacitives en service	

TEST #	No circuit	Type défaut	Moment appl. (cycles)	Durée (cycles).	Tension source (pu)	Tension primaire (pu)	Mode d'opération	COMMENTAIRES
Série 005 (défauts triphasés): Vprim = 1.00 pu; durée du défaut variable; moment d'application fixe; 1 branche capacitive en service								
005-1	1	ABCg	f:3.333	f:4	0.981	1.00	1 branche capacitive en service	
005-2	1	ABCg	f:3.333	f:4.5	0.981	1.00	1 branche capacitive en service	
005-3	1	ABCg	f:3.333	f:5	0.981	1.00	1 branche capacitive en service	
005-4	1	ABCg	f:3.333	f:5.5	0.981	1.00	1 branche capacitive en service	
005-5	1	ABCg	f:3.333	f:6	0.981	1.00	1 branche capacitive en service	
Série 006 (défauts triphasés): Vprim = 1.00 pu; durée du défaut variable; moment d'application fixe; statique hors service								
006-1	1	ABCg	f:3.67	f:4	1.00	1.00	statique hors service	
006-2	1	ABCg	f:3.67	f:4.5	1.00	1.00	statique hors service	
006-3	1	ABCg	f:3.67	f:5	1.00	1.00	statique hors service	
006-4	1	ABCg	f:3.67	f:5.5	1.00	1.00	statique hors service	
006-5	1	ABCg	f:3.67	f:6	1.00	1.00	statique hors service	
Série 007 (défauts triphasés): tension au primaire variable; durée et moment d'application du défaut fixes								
007-1	1	ABCg	f:3.333	f:4.4	0.981	1.00	1 branche capacitive en service	
007-2	1	ABCg	f:3.333	f:4.5	1.0302	1.05	1 branche capacitive en service	
007-3	1	ABCg	f:3.333	f:4.5	1.0795	1.10	1 branche capacitive en service	Apparition de la ferrorésonance
Série 008 (défauts triphasés): tension au primaire variable; durée et moment d'application du défaut fixes								
008-1	1	ABCg	f:3.333	f:4.4	0.981	1.00	1 branche capacitive en service	
008-2	1	ABCg	f:3.333	f:4.4	1.0051	1.025	1 branche capacitive en service	
008-3	1	ABCg	f:3.333	f:4.5	1.0302	1.05	1 branche capacitive en service	
008-4	1	ABCg	f:3.333	f:4.5	1.0548	1.075	1 branche capacitive en service	Apparition de la ferrorésonance

TEST #	No circuit	Type défaut	Moment appl. (cycles)	Durée (cycles).	Tension source (pu)	Tension primaire (pu)	Mode d'opération	COMMENTAIRES
008-5	1	ABCg	f:3.333	f:4.5	1.0795	1.10	1 branche capacitive en service	Apparition de la ferrorésonance
Série 009 (défauts monophasés): tension au primaire variable; durée et moment d'application du défaut fixes								
009-1	1	Ag	f:3.333	f:4.4	0.981	1.00	1 branche capacitive en service (phase A)	
009-2	1	Ag	f:3.333	f:4.4	1.0051	1.025	1 branche capacitive en service (phase A)	
009-3	1	Ag	f:3.333	f:4.5	1.0302	1.05	1 branche capacitive en service (phase A)	
009-4	1	Ag	f:3.333	f:4.5	1.0548	1.075	1 branche capacitive en service (phase A)	
009-5	1	Ag	f:3.333	f:4.5	1.0795	1.10	1 branche capacitive en service (phase A)	
Essais Spectrum avec 2 et 3 branches capacitves: plusieurs défauts aléatoires d'une durée variant de 3 à 6 cycles ont été appliqués avec une tension au primaire égale à 1.10 pu; aucune de ces manoeuvres n'a donné lieu à de la ferrorésonance								
Série 010 : Vprim = 1.075 pu; application du défaut à un moment fixe; on varie la durée du défaut								
010-1	1	ABCg	f:3.333	f:3	1.0548	1.075	1 branche capacitive en service (phase A)	
010-2	1	ABCg	f:3.333	f:3.5	1.0548	1.075	1 branche capacitive en service (phase A)	Apparition de la ferrorésonance
010-3	1	ABCg	f:3.333	f:4	1.0548	1.075	1 branche capacitive en service (phase A)	Apparition de la ferrorésonance
010-4	1	ABCg	f:3.333	f:4.5	1.0548	1.075	1 branche capacitive en service (phase A)	Apparition de la ferrorésonance
010-5	1	ABCg	f:3.333	f:5	1.0548	1.075	1 branche capacitive en service (phase A)	
010-6	1	ABCg	f:3.333	f:5.5	1.0548	1.075	1 branche capacitive en service (phase A)	Apparition de la ferrorésonance
010-7	1	ABCg	f:3.333	f:6	1.0548	1.075	1 branche capacitive en service (phase A)	Apparition de la ferrorésonance
Série 011 : Vprim = 1.075 pu; application du défaut à un moment variable; la durée du défaut est fixe								
011-1	1	ABCg	f:3.25	f:4.5	1.0548	1.075	1 branche capacitive en service (phase A)	Apparition de la ferrorésonance

TEST #	No circuit	Type défaut	Moment appl. (cycles)	Durée (cycles).	Tension source (pu)	Tension primaire (pu)	Mode d'opération	COMMENTAIRES
011-2	1	ABCg	f:3.333	f:4.5	1.0548	1.075	1 branche capacitive en service (phase A)	Apparition de la ferrorésonance
011-3	1	ABCg	f:3.417	f:4.5	1.0548	1.075	1 branche capacitive en service (phase A)	Apparition de la ferrorésonance
011-4	1	ABCg	f:3.5	f:4.5	1.0548	1.075	1 branche capacitive en service (phase A)	Apparition de la ferrorésonance
011-5	1	ABCg	f:3.5833	f:4.5	1.0548	1.075	1 branche capacitive en service (phase A)	Apparition de la ferrorésonance
011-6	1	ABCg	f:3.667	f:4.5	1.0548	1.075	1 branche capacitive en service (phase A)	Apparition de la ferrorésonance
Série 012 : Vprim = 1.075 pu; application du défaut à un moment variable; la durée du défaut est fixe; commande en mode manuel								
012-1	1	ABCg	f:3.25	f:4.5	1.0548	1.075	Mode manuel : conduction ICT nulle, CMT1 en service	
012-2	1	ABCg	f:3.333	f:4.5	1.0548	1.075	Mode manuel : conduction ICT nulle, CMT1 en service	
012-3	1	ABCg	f:3.417	f:4.5	1.0548	1.075	Mode manuel : conduction ICT nulle, CMT1 en service	
012-4	1	ABCg	f:3.5	f:4.5	1.0548	1.075	Mode manuel : conduction ICT nulle, CMT1 en service	
012-5	1	ABCg	f:3.5833	f:4.5	1.0548	1.075	Mode manuel : conduction ICT nulle, CMT1 en service	
012-6	1	ABCg	f:3.667	f:4.5	1.0548	1.075	Mode manuel : conduction ICT nulle, CMT1 en service	
Essais aléatoires (durée et moment d'application du défaut aléatoires) Spectrum en mode manuel (ICT = 0 + CMT1). On observe de la ferrorésonance pour une tension primaire supérieure 'à 1.18 pu								
Essais aléatoires (durée et moment d'application du défaut aléatoires) Spectrum en mode manuel (ICT = 0 + CMT1 +CMT2 +CMT3) en service. On n'observe pas de ferrorésonance pour une tension primaire inférieure 'à 1.10 pu								
Essais aléatoires (durée et moment d'application du défaut aléatoires) Spectrum en mode manuel (ICT + CMT1 +CMT2) en service. On n'observe pas de ferrorésonance pour une tension primaire inférieure 'à 1.10 pu								

TEST #	No circuit	Type défaut	Moment appl. (cycles)	Durée (cycles).	Tension source (pu)	Tension primaire (pu)	Mode d'opération	COMMENTAIRES
Série 013 (défauts triphasés): commande en mode automatique, point d'opération variable; durée et moment d'application du défaut fixes								
013-1	1	ABCg	f:3.333	f:4.5	0.9394	1.075	Mode automatique: Bprim ~= 500 Mvar	
013-2	1	ABCg	f:3.333	f:4.5	0.9575	1.075	Mode automatique : Bprim ~= 300 Mvar	
013-3	1	ABCg	f:3.333	f:4.5	1.0016	1.075	Mode automatique: Bprim ~= -25 Mvar	
013-4	1	ABCg	f:3.333	f:4.5	1.0124	1.075	Mode automatically: Bprim ~= -100 Mvar	
Série 014 (défaut triphasé): circuit #2 seul pour mesurer l'amortissement								
014-1	2	ABCg	f:3.25	f:6	1.00	1.00	Circuit #2 seulement	
Essais aléatoires (durée et moment d'application du défaut aléatoires) Spectrum avec CMT1 en service . On n'observe pas de ferrorésonance pour une tension de source de 1.00 pu								
Série 015 (défaut triphasé): deux branches capacitives en service								
015-1	2	ABCg	f:3.25	f:6	1.00	1.032	2 branches capacitives en service	Apparition de la ferrorésonance
Série 016 (défaut monophasé): deux branches capacitives en service								
016-1	2	Ag	f:3.333	f:4.5	1.16	1.195	2 branches capacitives en service	Apparition de la ferrorésonance
Série 017 (défaut triphasé): commande en mode manuel avec deux branches capacitives en service								
017-1	2	ABCg	f:3.68	f:6	1.052	1.085	Mode manuel: 2 branch-es capacitives en service	Apparition de la ferrorésonance
Essais aléatoires (durée et moment d'application du défaut aléatoires) Spectrum avec 3 branches capacitves en service . On n'observe pas de ferroré-sonance pour une tension primaire inférieure à 1.22 pu								
Essais aléatoires (durée et moment d'application du défaut aléatoires) Spectrum avec CMT1 en service . On n'observe pas de ferrorésonance pour une tension primaire inférieure à 1.06 pu								
Essais aléatoires (durée et moment d'application du défaut aléatoires) Spectrum avec la commande en mode manuel (CMT1 en service) . On n'observe pas de ferrorésonance pour une tension primaire inférieure à 1.17 pu								
Série 018(défaut triphasé): une branche capacitive en service								
018-1	2	ABCg	f:3.25	f:5	1.052	1.068	1 branche capacitive en service	Apparition de la ferrorésonance
Série 019(défaut triphasé): commande en mode manuel avec une branche capacitive en service								
019-1	2	ABCg	f:3.59	f:3.25	1.156	1.173	Mode manuel: 1 branche capacitive en service	Apparition de la ferrorésonance

TEST #	No circuit	Type défaut	Moment appl. (cycles)	Durée (cycles).	Tension source (pu)	Tension primaire (pu)	Mode d'opération	COMMENTAIRES
Essais aléatoires (durée et moment d'application du défaut aléatoires) Spectrum avec la commande en mode automatique . On n'observe pas de ferrorésonance peu importe la tension. Il est à noter que le système est moins stable lorsque la tension est inférieure à 1 pu, surtout lorsque le compensateur statique est dans un mode 2 condensateurs + branche inductive faible conduction								
Série 020(défaut triphasé): seul le transfo est en service (delta ouvert)								
020-1	3	ABCg	f:3.51	f:4.25	1.00	1.00	Delta du transfo ouvert	Apparition de la ferrorésonance (20 Hz)
Série 021(défaut triphasé): seul le transfo est en service (delta fermé)								
021-1	3	ABCg	f:3.51	f:4.25	1.00	1.00	Delta du transfo fermé	Apparition de la ferrorésonance (modulation du 20 Hz)
Séries 022 et 023 (défauts triphasés): commande en service; ICT faible conduction; aucune branche capacitive								
022-1	3	ABCg	f:3.51	f:4.25	1.00	1.00	ICT faible conduction; aucune branche capacitive en service	Apparition de la ferrorésonance (modulation du 20 Hz)
023-1	3	ABCg	f:3.51	f:4.25	1.00	1.00	ICT faible conduction; aucune branche capacitive en service	Apparition de la ferrorésonance (modulation du 20 Hz) (essai avec une valeur différente pour URESPAR)
Série 024(défaut triphasé): commande en service; ICT faible conduction; aucune branche capacitive; charge augmentée à 340 MW								
024-1	3	ABCg	f:2.956	f:4.5	1.00	1.00	ICT faible conduction; aucune branche capacitive en service (charge = 340MW)	Apparition de la ferrorésonance (modulation du 20 Hz)
Série 025 (défaut triphasé): une branche capacitve en service								
025-1	3	ABCg	f:2.956	f:4.5	0.9795	1.00	Une branche capacitive en service (charge = 355MW)	Apparition de la ferrorésonance
Série 026 (défaut triphasé): trois branches capacitves en service								
026-1	3	ABCg	f:2.956	f:4.5	0.933	1.00	Une branche capacitive en service (charge = 300MW)	Apparition de la ferrorésonance
Série 027 (défaut triphasé): branche inductive en service								
027-1	3	ABCg	f:3.157	f:4.5	1.0209	1.00	Branche inductive en service (charge = 365MW)	Apparition de la ferrorésonance
Série 028 (défaut triphasé): mode manuel une branche capacitve en service								

TEST #	No circuit	Type défaut	Moment appl. (cycles)	Durée (cycles).	Tension source (pu)	Tension primaire (pu)	Mode d'opération	COMMENTAIRES
028-1	3	ABCg	f:3.455	f:4.5	0.9795	1.00	mode manuel : une branche capacitive en service (charge = 350MW)	Apparition de la ferrorésonance
Série 029 (défaut triphasé): commande en mode automatique; partie inductive								
029-1	3	ABCg	f:3.433	f:4.5	1.012	1.004	mode automatique (charge = 350MW)	Apparition de la ferrorésonance
Série 030(défaut triphasé): commande en mode automatique; partie capacitive								
030-1	3	ABCg	f:3.297	f:4.75	0.948	0.983	mode automatique 2C + L (charge = 310MW)	Apparition de la ferrorésonance
Série 031(défaut triphasé): commande en mode automatique; ICT faible conduction								
031-1	3	ABCg	f:3.297	f:4.75	0.948	0.983	mode automatique ICT faible conduction (charge = 360MW)	Apparition de la ferrorésonance
Série 032(défaut triphasé): commande en mode automatique; ICT faible conduction								
032-1	2	ABCg	f:3	f:6	0.954	0.981	mode automatique partie capacitve	Réponse plus oscillante en mode capacitif qu'en mode inductif
032-2	2	ABCg	f:3	f:6	1.016	1.006	mode automatique partie inductive	
Série 033(défaut triphasé): on varie le mode fonctionnement de la commande (manuel ou auto); 20 manoeuvres; charge de 390 MW								
033-1	3	ABCg	f:3	f:5	1.079	1.087	mode automatique (VREF = 1.09 pu) Bprim ~= 60 Mvar	Apparition de la ferrorésonnance dans 14 cas sur 20
033-2	3	ABCg	f:3	f:5	1.079	1.087	mode manuel Bprim ~= 60 Mvar	Aucune ferrorésonance
Série 034 (défaut triphasé): commande en mode automatique; on varie le gain du régulateur								
034-1	3	ABCg	f:3	f:5	1.1688	1.145	mode automatique (VREF = 1.09 pu) Tr = 250 ms	Apparition de la ferrorésonnance
034-2	3	ABCg	f:3	f:5	1.1688	1.145	mode automatique (VREF = 1.09 pu) Tr = 125 ms	Apparition de la ferrorésonnance

TEST #	No circuit	Type défaut	Moment appl. (cycles)	Durée (cycles).	Tension source (pu)	Tension primaire (pu)	Mode d'opération	COMMENTAIRES
034-3	3	ABCg	f:3	f:5	1.1688	1.145	mode automatique (VREF = 1.09 pu) Tr = 60 ms	Aucune ferrorésonance
034-4	3	ABCg	f:3	f:5	1.1688	1.145	mode automatique (VREF = 1.09 pu) Tr = 30 ms	Aucune ferrorésonance
034-5	3	ABCg	f:3	f:5	1.1688	1.145	mode automatique (VREF = 1.09 pu) Tr = 15 ms	Aucune ferrorésonance